

Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stäben und Stabsystemen auf einheitlicher Grundlage

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Johannes Caspar Naumes

Berichter: Universitätsprofessor Dr.-Ing. Markus Feldmann
Universitätsprofessor Dr.-Ing. Dieter Ungermann
Universitätsprofessor Dr.-Ing. Dr.h.c. Gerhard Sedlacek
Professor ir. Frans Bijlaard

Tag der mündlichen Prüfung: 06.11.2009

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek
online verfügbar.

Erscheint demnächst in:

Schriftenreihe Stahlbau – RWTH Aachen
Heft 70

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Markus Feldmann
Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. Gerhard Sedlacek
Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau
der RWTH Aachen
Mies-van-der-Rohe-Str. 1

Shaker Verlag
Aachen 2010
ISBN 978-3-8322-8754-2

Vorwort der Herausgeber

Die derzeitige Situation in den Bemessungsregeln für Biegeknicken und Biegedrillknicken im Eurocode 3 ist weit von einer Europäischen Harmonisierung entfernt; während die Regelungen für das Biegeknicken aufgrund ihrer Herleitung mit einem mechanischen Modell, das an Versuchen unter Berücksichtigung von Zuverlässigkeitskriterien kalibriert wurde, europäisch einheitlich sind, gibt es zum Biegedrillknicken eine Reihe von alternativen Regelungsvorschlägen, die durch Öffnungsklauseln für nationale Festlegungen unverbindlich gehalten sind und unterschiedliche nationale Vorgehensweisen erlauben.

Hier setzt die Zielsetzung der Arbeit von Herrn Naumes an, nämlich der These wissenschaftlich nachzugehen, dass Biegeknicken und Biegedrillknicken eine gemeinsame Grundlage haben müssen, da es Grenzfälle gibt, bei denen der Biegedrillknickfall in den Biegeknickfall übergeht diese gemeinsame Grundlage darzustellen und darauf aufbauend ein Gebäude von konsistenten Bemessungsregeln aufzubauen, mit denen die bisherigen nichtkonsistenten alternativen Regelungsvorschläge abgelöst werden könnten.

Dieses gelingt, so dass mit der Arbeit nicht nur ein Vorschlag für die nationale Regelung im Rahmen des deutschen Nationalen Anhangs zum Eurocode 3 gemacht wird, sondern gleichzeitig ein Vorschlag für die internationale Harmonisierung der Bemessungsregeln im Eurocode 3 unterbreitet wird, der den Eurocode 3, Teil 1-1 in Zukunft verbessern und sein Volumen um etwa 30 % reduzieren würde.

Die Arbeit entstand im Rahmen eines Auftrags des Deutschen Instituts für Bautechnik (DIBt), den Hintergrund des Eurocode 3 – Teil 1-1 – Entwurf und Berechnung von Stahlbauten – Grundlagen und Regeln für den Hochbau - für Regelungen im Nationalen Anhang aufzuzeigen. Dafür sei dem DIBt herzlich gedankt.

Gedankt sei auch Herrn Prof. Frans Bijlaard (TU Delft) und Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Ungermann (Uni Dortmund) für die Mitbetreuung der Arbeit und die Hilfe als Berichter im Promotionsverfahren.

Auch dem Verein Forschungsförderung Baustatik, Massivbau und Stahlbau (FFBMS) sei für die Übernahme der Druckkosten und dem Shaker Verlag für den Druck sehr gedankt.

Prof. Dr.-Ing. Markus Feldmann

Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. Gerhard Sedlacek

Kurzfassung

Der Eurocode 3 – Teil 1.1 regelt das Biegeknicken und Biegedrillknicken von Bauteilen und Tragwerken. Dabei werden beide Versagensarten als unterschiedliche Stabilitätsphänomene aufgefasst, für deren Berechnung zwei verschiedene Abminderungskurven χ_c und χ_{LT} Verwendung finden.

Während die Biegeknickkurve χ_c auf einem mechanischen Hintergrundmodell basiert, dessen Imperfektionsansatz den Anforderungen nach ausreichender Zuverlässigkeit nach EN 1990 – Anhang D entspricht und darum europaweit einheitlich geregelt ist, ist die Biegedrillknickkurve χ_{LT} vielmehr Ergebnis von „Abschätzungen“, die auf Basis von FE-Berechnungen entwickelt wurden, und deren Anwendung durch Öffnungsklauseln in den Nationalen Anhängen europaweit unterschiedlich geregelt wird.

Die vorliegende Arbeit liefert eine mögliche Lösung für eine europaweite Harmonisierung der Regelungen, indem im ersten Teil der Arbeit, analog zur Biegeknickkurve χ_c , eine allgemeingültige Knick-Biegedrillknickkurve $\chi_{LT,GM}$ auf Basis eines mechanischen Hintergrundmodells hergeleitet wird, die für den Sonderfall des Biegeknickens die Ergebnisse der Europäischen Biegeknickkurve χ_c liefert. Hierzu wird zunächst die Allgemeingültigkeit der Biegeknickkurve für Knickstäbe mit beliebigen Last- und Lagerungsbedingungen nachgewiesen, die dann vorliegt, wenn die Bemessung an der maßgebenden Nachweisstelle x_d erfolgt. Die Überführung in den allgemeinen Fall des Biegedrillknickens mit M - N -Interaktion führt zur „Standardisierten Europäischen Biegedrillknickkurve“ $\chi_{LT,GM}$, die zum einen den Einfluss der Torsionssteifigkeit des Querschnitts auf den Imperfektionsansatz und zum anderen die Berücksichtigung der maßgebenden Bemessungsstelle x_d ermöglicht.

Im zweiten Teil der Arbeit wird eine Ergänzung des Verfahrens vorgenommen, die eine einfache und transparente Berechnung bei kombinierter Belastung in und quer zur Haupttragebene ermöglicht. Die zusätzlichen Querbiege- und Torsionsbelastungen werden dabei nach den bereits für die Anfangsimperfektion verwendeten Eigenformen des Systems reihenmäßig entwickelt und mit einem Konvergenzbeschleuniger so abgekürzt, dass eine gute Näherungslösung ohne Reihenentwicklung entsteht. Des Weiteren wird ein Verfahren zur Ermittlung der maßgebenden Bemessungsstelle x_d für beliebige Normalkraft-, Biege- und Torsionsmomentenverläufe angegeben.

Somit liefert die vorliegende Arbeit eine einheitliche Lösung im Hinblick auf die Konsistenz der Imperfektionsannahmen und des Vorgehens zur Berechnung von beliebigen Stabilitätsphänomenen von Stäben und Stabsystemen.

Das Verfahren wird mit den Regelungen in EN 1993-1-1 verglichen und seine Zuverlässigkeit anhand von Versuchsauswertungen überprüft.

Zum Schluss wird das genaue Vorgehen des Verfahrens anhand von ausgewählten Anwendungsbeispielen veranschaulicht.

Summary

Eurocode 3 Part 1-1 gives design rules for flexural and lateral torsional buckling of structural members and frames treating both failure modes as different stability phenomena, so that for the assessment of these phenomena two different reduction curves χ_c and χ_{LT} are applied.

While the flexural buckling curve χ_c is based on a mechanical model, with an equivalent geometric imperfection that fulfils the reliability requirements of EN 1990 – Annex D, the lateral torsional buckling curve χ_{LT} is the result of “estimations” which are based on FE-calculation with certain assumptions leaving the application open by opening notes for National choices in the National Annexes.

This paper introduces a solution for an European harmonisation of these design rules. The solution is a general buckling curve $\chi_{LT,GM}$, applicable to both flexural and lateral torsional buckling and also to mixed phenomena based on a mechanical background model. It gives for the specific case of flexural buckling the same results as the European column buckling curve χ_c . For deriving the general buckling curve in a first step the general validity of the column buckling curve for the case of non-uniform columns with any kind of loading and boundary conditions is proved. It constitutes the cross-sectional verification at the relevant location x_d . On the basis of this definition the “standardised European lateral-torsional buckling curve” $\chi_{LT,GM}$ is derived, which considers the relevant location x_d and the torsional rigidity of the cross-section within one formula.

In a further step the method is extended to allow for an easy and transparent calculation for combinations of in-plane and out-of-plane loads. The additional lateral and torsional bending effects are expressed in terms of series of Eigenmodes including the basic Eigenmode, which already has been used to define the initial equivalent imperfection. The convergence could be optimised in such a way, that a good approximation is given on the basis of the first Eigenmode only. For practical use a general method for the determination of the relevant design location x_d for any kind of axial force, bending-moment and torsional-moment distribution is given.

Thus the present work gives a consistent and general solution with respect to the definition of the initial equivalent geometrical imperfection for the use of any assessment method and the particular procedure for assessing different type of stability phenomena of structural members and frames by using buckling curves.

The proposed procedure is compared to the alternative methods given in EN 1993-1-1 and its reliability is proved by the evaluation of test-results.

Finally the calculation procedure is demonstrated with selected design examples.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Regeln für die Stabilitätsnachweise im Stahlbau	1
1.2	Konsistenz der Stabilitätsregelungen im Eurocode 3 – Teil 1.1 – Entwurf und Berechnung von Bauteilen	2
1.3	Zielsetzung	13
1.4	Inhalt der Arbeit	13
2	Grundsätzlicher Ansatz für Stabilitätsnachweise	15
2.1	Wesen des Knickstabnachweises	15
2.1.1	Anwendung der Theorie 2. Ordnung	15
2.1.2	Referenz Modell nach Maquoi-Rondal	15
2.1.3	Europäische Knickkurven für Biegeknicken	21
2.1.4	Verwendung der Europäischen Knickkurve für andere Randbedingungen	24
2.1.5	Schlussfolgerung	29
2.2	Verallgemeinerung des Knickstabnachweises	30
2.2.1	Lösungsansatz	30
2.2.2	Nachweismöglichkeiten	33
2.2.3	Ermittlung der maßgebenden Bemessungsstelle x_d (Lösung 1)	34
2.2.4	Modifizierung der Knickkurve (Lösung 2)	36
2.2.5	Berechnungsbeispiel	38
2.3	Herleitung des Biegedrillknicknachweises	43
2.3.1	Übertragung des Referenzmodells von Maquoi-Rondal	43
2.3.2	Versuchsauswertungen	49
2.4	Verallgemeinerung des Biegedrillknicknachweises	50
2.4.1	Definition des allgemeinen Belastungsfalls	50
2.4.2	Grundgleichung bei Vernachlässigung der Torsionssteifigkeit	51
2.4.3	Grundgleichung bei Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit	53
2.4.4	Berechnungsbeispiel	54

2.5	Schlussfolgerung für die Empfehlung der national zu bestimmenden Parameter in EN 1993-1-1	59
2.5.1	Allgemeines	59
2.5.2	Verfahren nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.1	59
2.5.3	Verfahren nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.2.1 und 6.3.2.2	59
2.5.4	Verfahren nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.2.3	60
2.5.5	Verfahren nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.2.4	61
2.5.6	Verfahren nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.4	63
2.5.7	Imperfektionsansatz nach EN 1993-1-1, Abs. 5.3.4 (3)	63
2.6	Leitfaden zur Anwendung des Verfahrens mit einheitlicher Grundlage bei reiner Beanspruchung in der Haupttragebene	64
2.7	Spiegelung der Eurocode-Regeln an dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage	66
3	Erweiterung des Stabilitätsnachweises für zusätzliche Querbiegung	77
3.1	Knickstab mit zusätzlicher Querlast in der Haupttragebene	77
3.1.1	Erweiterung der Knickstabbemessungsformel	77
3.1.2	Erweiterung des Verfahrens auf beliebige Momentenverteilungen	79
3.1.3	Spiegelung des erweiterten Knickstabnachweises am direkten Nachweis	84
3.2	Biegedrillknicken mit Querlast (Querbiegung und Torsion)	88
3.3	Verallgemeinerung für beliebige Randbedingungen	90
3.4	Leitfaden zur Anwendung des Verfahrens mit einheitlicher Grundlage bei zusätzlicher Querbiegung und Torsion	91
3.4.1	Allgemeines Vorgehen	91
3.4.2	Ermittlung der Bemessungsstelle x_d	93
3.5	Spiegelung der Eurocode-Regeln an dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage	94
3.5.1	Allgemeines	94
3.5.2	Stabilitätsnachweis nach EN 1993-1-1 Abs. 6.6.3 – Beispiel 1	94
3.5.3	Stabilitätsnachweis nach EN 1993-1-1 Abs. 6.6.3 – Beispiel 2	97
3.5.4	Stabilitätsnachweis nach EN 1993-1-1 Abs. 6.6.3 – Beispiel 3	99

3.5.5	Stabilitätsnachweis nach EN 1993-1-1 Abs. 6.6.3 – Beispiel 4	101
3.5.6	Stabile Längen nach EN 1993-1-1 Abs. 6.3.5.3	102
3.5.7	Stabile Längen nach EN 1993-1-1 Anhang BB.3	104
4	Versuchsauswertungen	107
4.1	Symmetrische offene Profile unter einachsialer Biegung	107
4.1.1	Versuchsbeschreibung	107
4.1.2	Versuchs- und Berechnungsergebnisse – gewalzte Träger	108
4.1.3	Versuchs- und Berechnungsergebnisse – geschweißte Träger	113
4.2	Symmetrische, offene Profile unter Normalkraft, zweiachsiger Biegung und Torsion	116
4.2.1	Versuchsbeschreibung und -ergebnisse	116
4.2.2	Berechnungsergebnisse	118
4.3	Unsymmetrische, offene Profile unter Normalkraft, zweiachsiger Biegung und Torsion	121
4.3.1	Versuchsbeschreibung und -ergebnisse	121
4.3.2	Berechnungsergebnisse	122
4.4	Gevoutete Träger	126
4.4.1	Versuchsbeschreibung	126
4.4.2	Berechnungs- und Versuchsergebnisse	129
4.5	Ausgeklinkte Träger mit Fahnenblechanschlüssen	132
4.5.1	Versuchsbeschreibung	132
4.5.2	Berechnungs- und Versuchsergebnisse	134
5	Berechnungsbeispiele für ausgewählte Anwendungsfälle	137
5.1	Kranbahnträger	137
5.1.1	Statisches System und Last	137
5.1.2	Nachweis	138
5.2	Einfeldträger mit unsymmetrischem Querschnitt unter Druck- und Biegebeanspruchung	141
5.2.1	Statisches System und Last	141
5.2.2	Nachweis	141

5.3	Stahlrahmen mit außergewöhnlicher Geometrie	143
5.3.1	Statisches System und Last	143
5.3.2	Nachweis mit Hilfe des Allgemeinen Verfahrens	143
5.3.3	Nachweis mit Hilfe einer GMNIA-FE-Berechnung	145
6	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	147
7	Literaturverzeichnis	151

1 Einleitung

1.1 Regeln für die Stabilitätsnachweise im Stahlbau

Stahlbau ist Leichtbau mit großem Vorteil für die Ästhetik und die Nachhaltigkeit. Dieser Vorteil wird mit großem Aufwand bei den Stabilitätsnachweisen erkaufte. Welche Konsequenzen dabei eine falsche oder unzureichende Nachweisführung haben kann, veranschaulichen die beiden Beispiele in Bild 1.1 und Bild 1.2.



Bild 1.1: Biegedrillknicken eines Stahlverbundbrückenträgers unter Eigengewicht nach Entfernen der für den Transport angebrachten Kopplungselemente



Bild 1.2: Stabilitätsversagen des Stahltroges der Marcy Fußgängerbrücke in New York während der Betonierarbeiten des Betonobergurtes im Oktober 2002 [1]

Zur richtige Beurteilung solcher Stabilitätsversagen werden in den Bemessungsnormen zwei Arten von Regelungen vorgegeben:

1. Regelungen zu Imperfektionsannahmen für Bauteile und Tragwerke, die Stabilitätsnachweise durch Querschnittsnachweise für Schnittgrößen nach Theorie 2. Ordnung möglich machen.
2. Regelungen für Stabilitätsnachweise von Bauteilen, z.B. für Druckstäbe gegen Biegeknicken oder Träger gegen Biegedrillknicken.

Der Nutzer der Regelungen erwartet, dass

1. die Imperfektionsannahmen und die Bauteilnachweise konsistent sind, d.h. dass die Nachweise ineinander überführbar sind oder zumindest einen Bezug zueinander aufweisen, indem z.B. die Nachweise mit Imperfektionen die Allgemeingültigen und die Bauteilnachweise als daraus abgeleitet und daher auf der sicheren Seite liegende Spezialnachweise angesehen werden können. Die damit verbundene Vorstellung ist die einer „hierarchischen Gliederung“ der Stabilitätsnachweise,
2. die Imperfektionsannahmen den Zuverlässigkeitsanforderungen der EN 1990 – „Grundlagen der Tragwerksplanung“ [2] entsprechen; d.h. dass, nachgewiesen mit Versuchsergebnissen zu Knicken und Biegedrillknicken, durch die Imperfektionsannahmen in Verbindung mit den Lastannahmen und Annahmen für die Querschnittstragfähigkeit mit ausreichender Wahrscheinlichkeit ein Versagen der Bauteile oder Tragwerke verhindert wird.

Für die Kalibration der Bemessungsverfahren an Versuchsergebnissen stellt die EN 1990 ein standardisiertes Auswerteverfahren im Anhang D bereit.

1.2 Konsistenz der Stabilitätsregelungen im Eurocode 3 – Teil 1.1 – Entwurf und Berechnung von Bauteilen

Der Eurocode 3 – „Entwurf und Berechnung von Stahlbauten - Teil 1.1: Grundlagen und Regeln für den Hochbau“ [3] regelt das Biegeknicken und Biegedrillknicken von Bauteilen und Tragwerken, auf die sich diese Arbeit bezieht. Die Regelungen zum Biegeknicken und Biegedrillknicken im Eurocode 3 – Teil 1.1 bestehen in:

1. Imperfektionsannahmen für
 - Biegeknicken nach Kap. 5.3.2
 - Biegedrillknicken nach Kap. 5.3.4 (3)

2. Bauteilnachweise für

- Knickstäbe nach Kap. 6.3.1
- Biegedrillknicken von Träger nach Kap. 6.3.2
- Interaktion von Biegeknicken und Biegedrillknicken nach Kap. 6.3.3 und Anhang A und B.
- Biegedrillknicknachweise in Form der Begrenzung „stabiler Abschnittslängen“ nach Kap. 6.3.5.3 und Anhang BB.3

Die Tabellen 1.1 bis 1.9 liefern einen Überblick über die verschiedenen Regelungen in Eurocode 3 Teil 1-1.

Tabelle 1.1: Imperfektionsregelungen; Bemessungswerte der Vorkrümmung

Knicklinie nach Tabelle 6.1 bzw. Tabelle 6.5	Knicken - Kap. 5.3.2		Biegedrillknicken - Kap. 5.3.4 (3) $(e_{0,d} / L)_{BDK} = 0,5 \cdot (e_{0,d} / L)_{Knicken}$	
	elastische Berechnung $e_{0,d} / L$	plastische Berechnung $e_{0,d} / L$	elastische Berechnung $e_{0,d} / L$	plastische Berechnung $e_{0,d} / L$
a ₀	1 / 350	1 / 300	-	-
a	1 / 300	1 / 250	-	-
b	1 / 250	1 / 200	1 / 500	1 / 400
c	1 / 200	1 / 150	1 / 400	1 / 300
d	1 / 150	1 / 100	1 / 300	1 / 200

Tabelle 1.2: Alternative Imperfektionsregelung nach Abs. 5.3.2 (11); Formel zur Bestimmung der Vorkrümmung

KSL nach Tabelle 6.1 bzw. 6.2	Maximale Amplitude η_{init} der zur 1. Eigenform affinen Imperfektionsfigur η_{cr}
a ₀ bis d	$\eta_{init} = e_{0,d} \cdot \frac{N_{cr}}{EI \cdot \eta_{cr,max}''} \cdot \eta_{cr} = \frac{e_{0,d}}{\bar{\lambda}^2} \cdot \frac{N_{Rk}}{EI \cdot \eta_{cr,max}''} \cdot \eta_{cr}$ $\text{mit } e_{0,d} = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{M_{Rk}}{N_{Rk}} \cdot \frac{1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^2}{1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^2} \text{ für } \bar{\lambda} > 0,2$ <p>alle Definitionen gemäß EN 1993-1-1, Abs. 5.3.2 (11)</p>

Tabelle 1.3: Knick- und Biegedrillknickregelungen nach EN 1993-1-1 [3]

Kap.	Nachweis	NDP	Empfehlungen
6.3.1	Biegeknicken $\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0$ mit $\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$ α gemäß Tabelle 6.2 [3]		
6.3.2.2	Biegedrillknicken – Allgemeiner Fall $\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0$ mit $\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$	α_{LT}	gewalzte I-Profile: $h/b \leq 2 \rightarrow 0,21$ $h/b > 2 \rightarrow 0,34$ geschweißte I-Profile: $h/b \leq 2 \rightarrow 0,49$ $h/b > 2 \rightarrow 0,76$ andere Querschnitte: $\rightarrow 0,76$
6.3.2.3	Biegedrillknicken – I-Profile $\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq \begin{cases} 1 \\ 1/\bar{\lambda}_{LT}^2 \end{cases}$ mit $\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2]$ $\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \leq 1$	α_{LT} $\bar{\lambda}_{LT,0}$ β f	gewalzte I-Profile: $h/b \leq 2 \rightarrow 0,34$ $h/b > 2 \rightarrow 0,49$ geschweißte I-Profile: $h/b \leq 2 \rightarrow 0,49$ $h/b > 2 \rightarrow 0,76$ $0,4$ $0,75$ $1 - 0,5 \cdot (1 - k_c) \cdot [1 - 2 \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \leq 1$ k_c gemäß Tabelle 6.6 [3]
6.3.3	Knicken mit zweiachsialer Biegung (6.61) $\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rd}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$ (6.62) $\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$	k_{yy} k_{yz} k_{zy} k_{zz}	Methode 1: Anhang A Methode 2: Anhang B
6.3.4	Allgemeines Verfahren $\bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}}$ mit $E_d \alpha_{ult,k} = R_k$ und $E_d \alpha_{cr,op} = R_{cr,op}$ χ_{op} aus Biegeknickkurve (6.3.1) bzw. aus Biegedrillknickkurve (6.3.2) $\frac{\chi_{op} \cdot \alpha_{ult,k}}{\gamma_{M1}} \geq 1,0$	AG ^(*)	(*) Anwendungsgrenzen

Tabelle 1.4: EC3-1-1, Anhang A, Tabelle A.1 [3]: Interaktionsbeiwerte k_{ij} – Methode 1

Bemessungsannahmen		
Interaktionsbeiwerte	Elastische Querschnittswerte der Klasse 3, Klasse 4	Plastische Querschnittswerte der Klasse 1, Klasse 2
k_{yy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$
k_{yz}	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}}$
k_{zy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}}$
k_{zz}	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$
Hilfswerte:		
$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$ $\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$ $w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5$ $w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5$ $n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}}$ <p>C_{my} siehe Tabelle A.2</p> $a_{LT} = 1 - \frac{I_T}{I_y} \geq 0$	$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$ <p>mit $b_{LT} = 0,5 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{\chi_{LT}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$</p> $C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$ <p>mit $c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$</p> $C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$ <p>mit $d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$</p> $C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left(2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2 - e_{LT} \right) n_{pl} \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$ <p>mit $e_{LT} = 1,7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$</p>	

Tabelle 1.4 (fortgesetzt): Interaktionsbeiwerte k_{ij} – Methode 1

$$\bar{\lambda}_{\max} = \max \left\{ \begin{array}{l} \bar{\lambda}_y \\ \bar{\lambda}_z \end{array} \right.$$

$\bar{\lambda}_0$ = Schlankheitsgrad für Biegedrillknicken infolge konstanter Biegung, z. B. $\psi_y = 1,0$ in Tabelle A.2 [3]

$\bar{\lambda}_{LT}$ = Schlankheitsgrad für Biegedrillknicken

$$\text{Für } \bar{\lambda}_0 \leq 0,2\sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)}$$

$$\begin{array}{l} \text{gilt: } C_{my} = C_{my,0} \\ C_{mz} = C_{mz,0} \\ C_{mLT} = 1,0 \end{array}$$

$$\text{Für } \bar{\lambda}_0 > 0,2\sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)}$$

$$\text{gilt: } C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}} \geq 1$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \quad \text{für Querschnitte der Klassen 1, 2 und 3}$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A_{eff}}{W_{eff,y}} \quad \text{für Querschnitte der Klasse 4}$$

$N_{cr,y}$ = ideale Verzweigungslast für Knicken um die y - y Achse

$N_{cr,z}$ = ideale Verzweigungslast für Knicken um die z - z Achse

$N_{cr,T}$ = ideale Verzweigungslast für Drillknicken

I_T = St. Venant'sche Torsionssteifigkeit

I_y = Flächenträgheitsmoment um die y - y Achse

Tabelle 1.5: EC3-1-1, Anhang A, Tabelle A.2 [3]: Äquivalente Mometenbeiwerte $C_{mi,0}$ – Methode 1

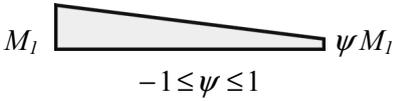
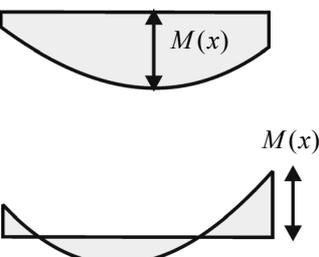
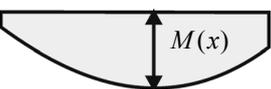
Momentenverlauf	$C_{mi,0}$
 <p>M_l  ψM_l $-1 \leq \psi \leq 1$</p>	$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21 \cdot \psi_i + 0,36 \cdot (\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
 <p> $M(x)$  $M(x)$</p>	$C_{mi,0} = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI_i \delta_x }{L^2 M_{i,Ed}(x) } - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ <p>$M_{i,Ed}(x)$ ist das größere der Momente $M_{y,Ed}$ oder $M_{z,Ed}$ δ_x ist die größte Verformung entlang des Bauteils</p>
	$C_{mi,0} = 1 - 0,18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$

Tabelle 1.6: EC3-1-1, Anhang B, Tabelle B.1 [3]: Interaktionsbeiwerte k_{ij} für verdrehsteife Bauteile – Methode 2

Bemessungsannahmen			
Interaktionsbeiwerte	Art des Querschnitts	elastische Querschnittswerte der Klasse 3, Klasse 4	plastische Querschnittswerte der Klasse 1, Klasse 2
k_{yy}	I-Querschnitte rechteckige Hohlquerschnitte	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	I-Querschnitte rechteckige Hohlquerschnitte	k_{zz}	$0,6 k_{zz}$
k_{zy}	I-Querschnitte rechteckige Hohlquerschnitte	$0,8 k_{yy}$	$0,6 k_{yy}$
k_{zz}	I-Querschnitte	$C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	rechteckige Hohlquerschnitte	$C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
Für I- und H-Querschnitte und rechteckige Hohlquerschnitte, die auf Druck und einachsige Biegung $M_{y,Ed}$ belastet sind, darf der Beiwert $k_{zy} = 0$ angenommen werden.			

Tabelle 1.7: EC3-1-1, Anhang B, Tabelle B.2 [3]: Interaktionsbeiwerte k_{ij} für verdrehweiche Bauteile – Methode 2

Bemessungsannahmen		
Interaktionsbeiwerte	elastische Querschnittswerte der Klasse 3, Klasse 4	Plastische Querschnittswerte der Klasse 1, Klasse 2
k_{yy}	k_{yy} aus Tabelle B.1 [3]	k_{yy} aus Tabelle B.1 [3]
k_{yz}	k_{yz} aus Tabelle B.1 [3]	k_{yz} aus Tabelle B.1 [3]
k_{zy}	$\left[1 - \frac{0,05\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,05}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$	$\left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ <p>für $\bar{\lambda}_z < 0,4$:</p> $k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
k_{zz}	k_{zz} aus Tabelle B.1 [3]	k_{zz} aus Tabelle B.1 [3]

Tabelle 1.8: EC3-1-1, Anhang B, Tabelle B.3 [3]: Äquivalente Momentenbeiwerte C_m – Methode 2

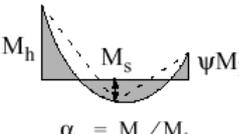
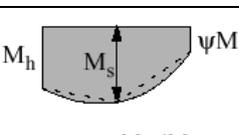
Momentenverlauf	Bereich		C_{my} und C_{mz} und C_{mLT}	
			Gleichlast	Einzellast
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 $\alpha_s = M_s / M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
$-1 \leq \psi < 0$		$0,1(1-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	
 $\alpha_h = M_h / M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1 + 2\psi)$	$0,90 + 0,10\alpha_h(1 + 2\psi)$
Für Bauteile mit Knicken in Form seitlichen Ausweichens sollte der äquivalente Momentenbeiwert als $C_{my} = 0,9$ bzw. $C_{mz} = 0,9$ angenommen werden.				
C_{my} , C_{mz} und C_{mLT} sind in der Regel unter Berücksichtigung der Momentenverteilung zwischen den maßgebenden seitlich gehaltenen Punkten wie folgt zu ermitteln:				
Momentenbeiwert	Biegeachse	In der Ebene gehalten		
C_{my}	y-y	z-z		
C_{mz}	z-z	y-y		
C_{mLT}	y-y	y-y		

Tabelle 1.9: Regelungen für „stabile Abschnittslängen“

Kap.	Zulässiger Maximalabstand
6.3.5.3	<p>Gleichförmige Tragwerksabschnitte mit I- oder H-Querschnitt mit $h/t_f \leq 40 \cdot \varepsilon$ unter linearer Momentenbelastung, <u>ohne</u> erhebliche Druckbelastung</p> <p>Abstand zwischen seitlichen Stützungen</p> $L_{stable} = 35 \cdot \varepsilon \cdot i_z \quad \text{für } 0,625 \leq \psi \leq 1$ $L_{stable} = (60 - 40 \cdot \psi) \cdot \varepsilon \cdot i_z \quad \text{für } -1 \leq \psi \leq 0,625$
BB.3.1	<p>Gleichförmige Bauteile aus Walzprofilen oder vergleichbaren geschweißten I-Profilen</p> <p>Abstand zwischen seitlichen Stützungen</p> $L_m = \frac{38 \cdot i_z}{\sqrt{\frac{1}{57,4} \left(\frac{N_{Ed}}{A} \right) + \frac{1}{756 \cdot C_1^2} \left(\frac{W_{pl,y}^2}{A \cdot I_t} \right) \left(\frac{f_y}{235} \right)^2}}$ <p>Abstand zwischen Verdrehbehinderungen bei linearem Momentenverlauf und Druckkraft</p> $L_s = \sqrt{C_m} L_k \left(\frac{M_{pl,y,Rk}}{M_{N,y,Rk} + a \cdot N_{Ed}} \right)$ <p>Abstand zwischen Verdrehbehinderungen bei nichtlinearem Momentenverlauf und Druckkraft</p> $L_s = \sqrt{C_n} L_k$
BB.3.2	<p>Voutenförmige Bauteile, die aus Walzprofilen oder vergleichbaren, geschweißten I-Profilen bestehen</p> <p>Abstand zwischen seitlichen Stützungen bei Vouten mit drei Flanschen</p> $L_m = \frac{38 \cdot i_z}{\sqrt{\frac{1}{57,4} \left(\frac{N_{Ed}}{A} \right) + \frac{1}{756 \cdot C_1^2} \left(\frac{W_{pl,y}^2}{A \cdot I_t} \right) \left(\frac{f_y}{235} \right)^2}}$ <p>Abstand zwischen seitlichen Stützungen bei Vouten mit zwei Flanschen</p> $L_m = 0,85 \cdot \frac{38 \cdot i_z}{\sqrt{\frac{1}{57,4} \left(\frac{N_{Ed}}{A} \right) + \frac{1}{756 \cdot C_1^2} \left(\frac{W_{pl,y}^2}{A \cdot I_t} \right) \left(\frac{f_y}{235} \right)^2}}$ <p>Abstand zwischen Verdrehbehinderungen bei nichtlinearem oder linearem Momentenverlauf und Druckkraft bei Vouten mit drei Flanschen</p> $L_s = \frac{\sqrt{C_n} L_k}{c}$ <p>Abstand zwischen Verdrehbehinderungen bei nichtlinearem oder linearem Momentenverlauf und Druckkraft bei Vouten mit zwei Flanschen</p> $L_s = 0,85 \cdot \frac{\sqrt{C_n} L_k}{c}$

Tabelle 1.9 (fortgesetzt): Regelungen für „stabile Abschnittslängen“

$$\text{mit } \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

$$\psi = \frac{M_{Ed,min}}{M_{pl,Rd}}$$

$$L_k = \frac{\left(5,4 + \frac{600f_y}{E}\right) \left(\frac{h}{t_f}\right)}{\sqrt{5,4 \left(\frac{f_y}{E}\right) \left(\frac{h}{t_f}\right)^2 - 1}}$$

sowie C_1, C_m, C_n, c und a gemäß EN 1993-1-1, Anhang BB.3 [3]; alle Einheiten in [N] und [mm]

Eine Prüfung dieser Regelungen macht folgendes klar:

1. Die Imperfektionsregelungen für das Biegeknicken nach Kap. 5.3.2 entsprechen der Anforderung nach ausreichender Zuverlässigkeit durch ihre Definition über Bauteilversuchsauswertungen nach EN 1990 – Anhang D, die Imperfektionsregelungen für Biegedrillknicken dagegen nicht.
2. Die Imperfektionsregelungen für das Biegeknicken und das Biegedrillknicken sind auch nicht konsistent, da, obwohl phänomenologisch das Biegeknicken als Sonderfall des Biegedrillknickens betrachtet werden kann, die mathematische Überführung der Biegedrillknickimperfektion in die Biegeknickimperfektion für diesen Sonderfall nicht möglich ist.
3. Die Knickkurven für Biegeknicknachweise von Bauteilen nach Kap. 6.3.1.2 sind mit den Imperfektionsannahmen für Biegeknicken nach Kap 5.3.2 konsistent, die Biegedrillknickkurven für Biegedrillknicknachweise dagegen nicht. Die Biegedrillknickkurven sind vielmehr das Ergebnis von „Abschätzungen“, die mit Finite-Elemente-Berechnungen mit bestimmten Annahmen für Eigenstressverteilungen im Querschnitt, geometrische Abweichungen der Stabachse von ihrer idealen Lage und mit Ansatz der Mindeststreckgrenze durchgeführt wurden. Während also für die Biegeknickkurven die Zuverlässigkeitsanforderungen der EN 1990 erfüllt sind, gelten diese für die Biegedrillknickkurven a priori nicht.

Auch die Biegedrillknickkurven erlauben keine mathematische Überführung in eine Biegeknickkurve für den Sonderfall des Biegeknickens ohne Drilleffekt.

4. Die Interaktionsnachweise für Biegeknicken und Biegedrillknicken nach Kap. 6.3.3 gehen a priori davon aus, dass „Biegeknicken“ und „Biegedrillknicken“ verschiedene Stabilitätsphänomene mit unterschiedlichen „Knickkurven“ χ_c und χ_{LT} sind, zwischen denen bei „gemischter Belastung“ zu interpolieren ist.

Der Gedanke, das auch bei gemischter Belastung eine allgemeingültige Knick-Biegedrillknickkurve verwendet werden könnte, die eine Interaktion unnötig macht, wird in Kap. 6.3.4 im Rahmen des „allgemeinen Verfahrens“ verfolgt, aber nicht zu Ende geführt, da im „allgemeinen Verfahren“ der Fall nicht geregelt wird, wie zusätzliche Querbiegebungsbelastung in Richtung der Imperfektionsansätze zu behandeln sind, um mit den Interaktionsnachweisen in Kap. 6.3.3 gleichwertig zu sein.

Bei den Interaktionsnachweisen in Kapitel 6.3.3 fehlt eine Regelung wie

- andere Randbedingungen als die „Gabellagerung“
- andere Querschnitte als I-Profile z.B. [-Profile
- zusätzliche Torsionsbelastungen in Richtung der Imperfektionsannahmen

zu behandeln sind. Hier besteht die große Chance für eine umfassende Darstellung des „allgemeinen Verfahrens“.

5. Der Eurocode 3 – Teil 1-1 enthält eine große Anzahl von Alternativen und Sonderregelungen für bestimmte Fälle, z.B. bei voutenförmigen Trägern nach Anhang BB.3.2; die neben den „Standardnachweise“ nach Kap 6.3.1 und Kap 6.3.2 stehen. Die Grundlagen dieser Regelungen und ihre Rechtfertigung durch statistische Versuchsauswertungen oder Ableitungen aus Imperfektionsannahmen oder aus den Standardnachweisen sind nicht bekannt.
6. Diese unzureichenden Eigenschaften der bestehenden Stabilitätsregelungen im Eurocode 3 – Teil 1-1 zu Biegeknicken und Biegedrillknicken äußern sich darin, dass nur wenige Regelungen, z.B. die Biegeknickregelungen europaweit einheitlich sind, die anderen Regelungen dagegen von Öffnungsklauseln für nationale Festlegungen im Rahmen der Nationalen Anhänge Gebrauch machen.

Damit wird der Gedanke verfolgt, eine zunächst nicht geglückte europäische Harmonisierung der Technischen Regelungen während der Entstehungszeit des EN 1993-Teil 1 durch eine spätere, während der Bearbeitung der Nationalen Anhänge erarbeitete Verbesserung doch noch zu erreichen.

Hier setzt die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit an.

1.3 Zielsetzung

Die vorliegende Arbeit hat folgende Ziele:

1. Aus den europäisch einheitlichen Regelungen für den Biegeknicknachweis ist ein allgemeingültiger „Biegedrillknicknachweis“ zu entwickeln, bei dem der Biegeknicknachweis als Sonderfall abfällt. Dieses erfolgt aufgrund eines allgemeingültigen, das Biegeknickphänomen und das Biegedrillknickphänomen umfassenden Ansatzes für die Imperfektionen.

Dieser Ansatz erlaubt Nachweise auf verschiedenen Stufen, nämlich als Querschnittsnachweise mit Finiten-Elementen oder mit der Biege- und Verdrehtheorie oder als allgemeingültiger Bauteilnachweis mit Biegeknick-Biegedrillknickkurven.

2. Der „allgemeingültige Biegedrillknicknachweis“ ist anhand von Versuchsergebnissen und FEM-Berechnungen für einen umfassenden Anwendungsbereich hinsichtlich Randbedingungen, Querschnittswahl, Belastungen als ausreichend zuverlässig zu verifizieren.
3. Der allgemeingültige Biegedrillknicknachweis ist hinsichtlich zusätzlicher Biegebelastungen und Torsionsbelastungen in Richtung der angesetzte Imperfektionen zu erweitern.
4. Die Genauigkeit der in EN 1993 – Teil 1.1 angegebenen Biegedrillknickregelungen ist mit dem allgemeingültigen Biegedrillknicknachweis zu überprüfen.
5. Die praktische Handhabbarkeit des allgemeingültigen Biegedrillknicknachweises ist anhand typischer Anwendungsbeispiele zu demonstrieren.

1.4 Inhalt der Arbeit

In Verfolgung der gesteckten Ziele besteht die Arbeit aus folgenden Abschnitten:

In Kapitel 2 wird aus dem Nachweis für Biegeknicken ein entsprechender Nachweis für den allgemeinen Fall des Biegedrillknickens hergeleitet, indem für die Imperfektionsannahme für alle Stabilitätsfälle von Streben der Ansatz einer Vorkrümmungsverteilung entsprechend der Knickeigenform für den niedrigsten Eigenwert gemacht wird. Damit ergibt sich eine allgemeingültige Biegedrillknickkurve, für die die Biegeknickkurve ein Spezialfall ist und eine Lösungsmöglichkeit für alle möglichen Belastungen in der Haupttragebene und Randbedingungen. Die Ergebnisse werden mit denen der Regelungen in EN 1993 – Teil 1.1 verglichen.

Im Kapitel 3 wird auf der Basis der Lösungen für den in Kapitel 2 gelösten Stabilitätsfall mit Belastung in der Hauptebene des Bauteils und Stabilitätsausweichen

quer zur Hauptebene eine Erweiterung vorgenommen, bei der neben der Belastung in der Haupttragebene auch eine Belastung in der Nebenebene vorgesehen wird, die planmäßig Querbiegung und Torsion erzeugt. Diese Querbiegebelastung und Torsionsbelastung wird nach den bereits für die Anfangsimperfektion verwendeten Knickeigenformen reihenmäßig entwickelt und mit einem Konvergenzbeschleuniger so abgekürzt, dass eine gute Näherungslösung ohne Reihenentwicklung entsteht. Die Ergebnisse werden wieder mit denen der Regelung in EN 1993-1-1 verglichen.

Das Kapitel 4 zeigt die Zuverlässigkeit der entwickelten Verfahren anhand von Versuchsauswertungen.

Im Kapitel 5 werden einige ausgewählte Anwendungsfälle behandelt.

Das Kapitel 6 liefert eine Zusammenfassung und die Schlussfolgerungen für eine Verbesserung des Eurocode 3.

2 Grundsätzlicher Ansatz für Stabilitätsnachweise

2.1 Wesen des Knickstabnachweises

2.1.1 Anwendung der Theorie 2. Ordnung

An oberster Stelle der hierarchischen Gliederung für die Bemessungsregeln für Stabilitätsnachweise von Stäben steht die Methode der Theorie 2. Ordnung mit Verwendung von Imperfektionen. Imperfektionen setzen sich aus strukturellen Imperfektionen, wie z.B. Eigenspannungen, und geometrischen Imperfektionen zusammen.

Hier setzen die historischen Versuche an, die Ergebnisse von Biegeknick- und Biegedrillknickversuchen dadurch zu erklären, dass mit deterministischen Annahmen für die Eigenspannungsverteilungen, die geometrischen Imperfektionen und Werkstoffeigenschaften Knickbeiwerte errechnet wurden, die einen Kleiner-Gleich-Vergleich mit Versuchsergebnissen gestatteten.

Besonders hervorzuheben sind hierbei die Berechnungen von Beer und Schulz [4][5], die von standardisierten Eigenspannungsverteilungen abhängig von Querschnitt und Herstellung, einer geometrischen Imperfektion $l/1000$ und dem Mindestwert der Streckgrenze f_y ausgingen und zu einer EKS-Veröffentlichung mit Tabellen für „Europäische Knickbeiwerte“ führten [6].

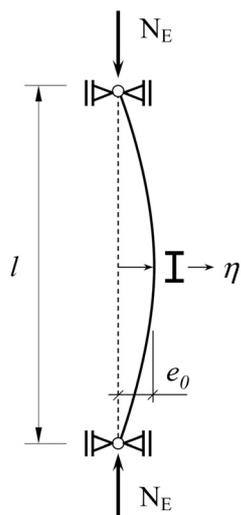
Für die Entwicklung des Eurocode 3 waren diese Knickbeiwerte nicht brauchbar, da:

1. die Rechtfertigung durch eine Zuverlässigkeitsanalyse mit Versuchsergebnissen fehlte,
2. die Ergebnisse als Einzelwerte für bestimmte Schlankheiten angegeben waren, die nicht durch eine Formel glatt beschrieben werden konnten.

Sie kamen also nicht als Referenzmodell in Frage.

2.1.2 Referenz Modell nach Maquoi-Rondal

Ein neuer Eurocode-konformer Ansatz für ein Referenzmodell kam von Maquoi-Rondal [7]. Diese beschrieben die vorhandenen Knickstab-Versuche mit dem Modell des gelenkig gelagerte Knickstabes mit Hilfe der Theorie 2. Ordnung mit einer sinusförmigen geometrischen Ersatzimperfektion, die die Wirkung aus strukturellen und geometrischen Imperfektionen in sich vereint, siehe Bild 2.1.



DGL

$$EI_z \eta'''' - N_E \eta'' = 0$$

Lösung

$$N_{cr} = EI_z \frac{\pi^2}{l^2}; \quad \eta_{cr} = \sin \frac{\pi x}{l}$$

Imperfektion

$$\eta_{init} = e_0 \frac{N_{cr}}{EI_z \eta_{cr, \max}} \cdot \eta_{cr} = e_0 \sin \frac{\pi x}{l}$$

Zusatzmoment

$$M_E^II = N_E \cdot e_0 \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{cr}}}$$

Bild 2.1: Gelenkig gelagerter Knickstab mit geometrische Anfangsimperfektion

Die Amplitude dieser geometrischen Ersatzimperfektion wurde durch Maquoi/Rondal mit

$$e_0 = \frac{M_R}{N_R} \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \alpha \tag{2.1}$$

beschrieben und enthält somit

- einen Anteil M_R / N_R aus der Querschnittsgestalt und dem Modell für die Querschnittsbeanspruchbarkeit, welches sich z.B. für I-Profile unter Verwendung eines elastisches Modells zu $\frac{M_R}{N_R} \approx \frac{A_{Fl} \cdot h}{2 \cdot A_{Fl}} \approx \frac{h}{2}$ ergibt.

- einen Anteil aus der Schlankheit $\bar{\lambda}$, z.B. bei I-Profilen

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{2 A_{Fl} f_y \ell^2}{E A_{Fl} h^2 / 2 \cdot \pi^2}} = \frac{\ell \sqrt{4}}{h \pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$$

- einem Anteil α , dem Imperfektionsbeiwert, zur Berücksichtigung aller Parameter die nicht im vereinfachten Modell nach Bild 2.1 enthalten sind (z.B. strukturelle Imperfektionen in Form von Schweißspannungen), sowie zur Berücksichtigung von Modellgenauigkeit des verwendeten Modells und vor allem zur Anpassung der Ergebnisse an die charakteristischen Werte der statistischen Verteilung der Versuchsergebnisse nach EN 1990 – Anh. D [2].

Für bestimmte I-Querschnitte mit einem Imperfektionsbeiwert von $\alpha = 0,34$ und einer Streckgrenze von $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$ ergibt sich somit für große Schlankheiten $\bar{\lambda}$ eine entsprechende geometrische Ersatzimperfektion von:

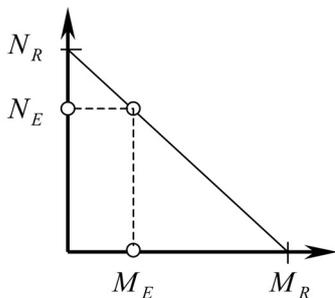
$$\frac{e_0}{\ell} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{4}}{\pi} \cdot 0,34 \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} \approx 0,108 \cdot \frac{1}{30} \approx \frac{1}{277}$$

Da der Anpassungsfaktor α für die geometrische Ersatzimperfektion nach EN 1990 - Anhang D [2] aus dem Vergleich von experimentell (R_{exp}) und rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten (R_{calc}) entstanden ist, muss auch das für die Berechnung verwendete Tragfähigkeitsmodell zur Kennzeichnung des Imperfektionsansatzes mit herangezogen werden. Beide, das Tragfähigkeitsmodell und der Imperfektionsansatz für den gelenkigen Knickstab mit konstantem Querschnitt und konstanter Druckkraft, bilden zusammen das Referenzmodell an oberster Stelle der hierarchischen Gliederung für Biegeknicken.

Bild 2.2 zeigt das Tragfähigkeitsmodell für den Querschnittsnachweis, das aus einer elastischen Interaktion für die Druck- und Biegebeanspruchbarkeit besteht. Werden in dieses Modell die Schnittgrößen aus Bild 2.1 eingesetzt, ergibt sich die Lösungsformel für die "Europäischen Knickkurven" $\chi(\bar{\lambda})$, die den Knicknachweis

$$N_{Ed} = \frac{R_k}{\gamma_M} = \frac{\chi \cdot N_{pl}}{\gamma_M} \tag{2.2}$$

ermöglichen. Die alten "Europäischen Knickbeiwerte" von Beer und Schulz [5] sind somit durch die neuen an Versuchen kalibrierten „Europäischen Knickkurven“ abgelöst.



Querschnittstragfähigkeit

$$\frac{N_E}{N_R} + \frac{M_E}{M_R} = 1$$

Nachweis

$$\frac{N_E}{N_R} + \frac{N_E \cdot e_0}{M_R} \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{cr}}} = 1$$

Definitionen

$$\frac{N_E}{N_R} = \chi ; \quad \frac{N_R}{N_{cr}} = \bar{\lambda}^2$$

Grundgleichung

$$\chi + \chi \frac{N_R}{M_R} e_0 \frac{1}{1 - \chi \bar{\lambda}^2} = 1$$

e₀-Ansatz

$$e_0 = \frac{M_R}{N_R} \alpha (\bar{\lambda} - 0,2)$$

chi-Gleichung

$$\chi + \chi \cdot \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) \frac{1}{1 - \chi \bar{\lambda}^2} = 1$$

Lösung

$$\chi = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

Bild 2.2: Ableitung des Abminderungsbeiwertes χ

- (1) Die Längssteifigkeit eines Knickstabs mit Anfangsimperfektion e_0 leitet sich überwiegend aus seiner Querverformung ab, siehe Bild 2.3.

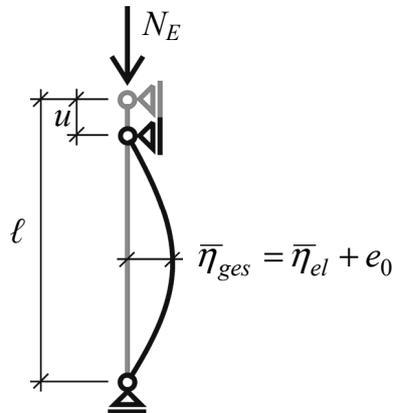


Bild 2.3: Lagerverschiebung u eines ausgelenkten Knickstabes

Mit

$$u = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} (\eta'(x))^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} \left(\bar{\eta} \cdot \frac{\pi}{\ell} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{\ell}\right) \right)^2 dx = \frac{\pi^2}{4 \cdot \ell} \cdot \bar{\eta}^2 \quad (2.3)$$

folgt

$$\varepsilon_{geom} = \frac{u - u_0}{\ell} = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{\bar{\eta}_{ges}^2 - e_0^2}{\ell^2} \quad (2.4)$$

woraus sich die Gesamtstauchung ε des Knickstabes zu

$$\varepsilon = \frac{N_E}{EA} + \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{\bar{\eta}_{ges}^2 - e_0^2}{\ell^2} \quad (2.5)$$

ergibt.

- (2) Aus der Differentialgleichung für den Knickstabes mit Anfangsimperfektion

$$EI \cdot \eta_{el}''(x) + N_E \cdot \eta_{ges}(x) = 0 \quad (2.6)$$

folgt mit

$$\eta_{ges}(x) = (\bar{\eta}_{el} + e_0) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{\ell}\right)$$

$$\eta_{el}''(x) = -\bar{\eta}_{el} \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{\ell}\right)$$

durch Einsetzen in die Differentialgleichung (2.6)

Bild 2.4: Herleitung der Lastverformungsbeziehung eines Knickstabes mit Anfangsimperfektion

$$\left(EI \cdot \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2 - N_E \right) \cdot \bar{\eta}_{el} = N_E \cdot e_0. \quad (2.7)$$

Durch Umformen von Gleichung (2.7) erhält man die zusätzlich Auslenkung in Stabmitte

$$\bar{\eta}_{el} = \frac{N_E \cdot e_0}{EI \cdot \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2 - N_E} = e_0 \frac{\frac{N_E}{N_{crit}}}{1 - \frac{N_E}{N_{crit}}} \quad (2.8)$$

Daraus folgt die Gesamtamplitude

$$\bar{\eta}_{ges} = e_0 + e_0 \frac{\frac{N_E}{N_{crit}}}{1 - \frac{N_E}{N_{crit}}} = e_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{crit}}} \quad (2.9)$$

(3) Durch Einsetzen von Gleichung (2.9) in Gleichung (2.5) lässt sich die Lastverformungsbeziehung für den Knickstab mit Anfangsimperfektion formulieren:

$$\varepsilon = \frac{N_E}{EA} + \frac{\pi^2}{4} \cdot \left(\frac{e_0}{\ell} \right)^2 \cdot \left(\left(\frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{crit}}} \right)^2 - 1 \right) \quad (2.10)$$

(4) Mit der Grenzzustandsbeziehung der Querschnittstragfähigkeit

$$\bar{\eta}_{ges} = \frac{1 - \chi}{\chi} \cdot \frac{M_R}{N_R} \quad (2.11)$$

folgt durch Einsetzen in Gleichung (2.5) über die Definition der Traglast im Grenzzustand

$$N_E = \chi \cdot N_R \quad (2.12)$$

die Lastverformungsbeziehung für den Abfallenden Ast

$$\varepsilon = \frac{N_E}{EA} + \frac{\pi^2}{4} \cdot \left(\frac{e_0}{\ell} \right)^2 \cdot \left(\left(\frac{1 - \frac{N_E}{N_R} \cdot \frac{M_R}{e_0 \cdot N_R}}{\frac{N_E}{N_R}} \right)^2 - 1 \right) \quad (2.13)$$

Bild 2.4 (Fortsetzung): Herleitung der Lastverformungsbeziehung eines Knickstabes mit Anfangsimperfektion

Der Vergleich der Grundgleichung für den Nachweis in Bild 2.2 mit dem Imperfektionsansatz für e_0 zeigt, dass sich in der Formel für $\chi(\bar{\lambda})$ die Abhängigkeit der Querschnittsgestalt M_R/N_R herauskürzt. Das bedeutet, dass der Imperfektionsansatz aus Gleichung (2.1) und der Querschnittsnachweis in Bild 2.2 von der gleichen Definition für M_R (elastisch oder plastische) ausgehen müssen.

Zur Erläuterung wird in Bild 2.5 der Abminderungsbeiwertes $\chi(\bar{\lambda})$ mit Hilfe der der „Europäischen Knickkurve“ zugrundeliegenden Last-Verformungsbeziehung ermittelt. Die Herleitung der Funktionen für den ansteigenden und abfallenden Ast können Bild 2.4 entnommen werden, siehe auch [8].

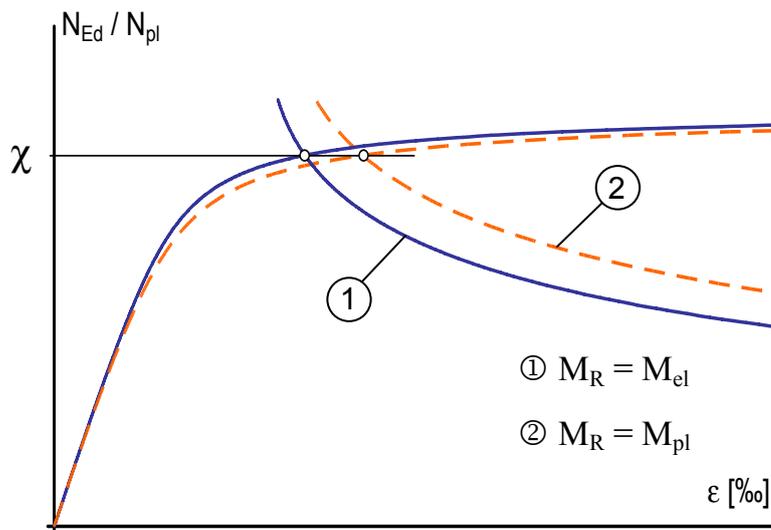


Bild 2.5: Last-Stauchungskurve nach dem Maquoi-Rondal-Modell unter Verwendung unterschiedlicher Querschnittsnachweise

Wie Bild 2.5 zeigt, ergibt sich für die verwendeten Tragfähigkeitsmodelle

- a) elastischer Querschnittsnachweis ①
- b) linear plastischer Querschnittsnachweis ②

die selbe resultierende Tragfähigkeit und somit der selbe Abminderungsbeiwert $\chi(\bar{\lambda})$, bei unterschiedlichem Verformungsverhalten.

Genauere FEM-Berechnungen (GMNIA), siehe Bild 2.6, mit werkstofflicher und geometrischer Nichtlinearität unter Berücksichtigung angepasster geometrischer und struktureller (Eigenspannungs-) Imperfektionen bestätigen

1. dass das Niveau von χ ermittelt mit dem Referenzmodellen ①, ② und ③ sehr gut erreicht wird,

2. dass die linear-elastische Querschnittstragfähigkeit für die Bestimmung von χ ausreichend ist, da sich größere plastische Verformungen erst im überkritischen Bereich der Lastverformungslinie einstellen,
3. dass die Eigenspannungsansätze für gewalzte ④ und geschweißte ⑤ Profile etwa gleichgroße χ -Werte ergeben, jedoch die Stauchungsfähigkeit der Druckstäbe auf dem Traglastniveau unterschiedlich ist.

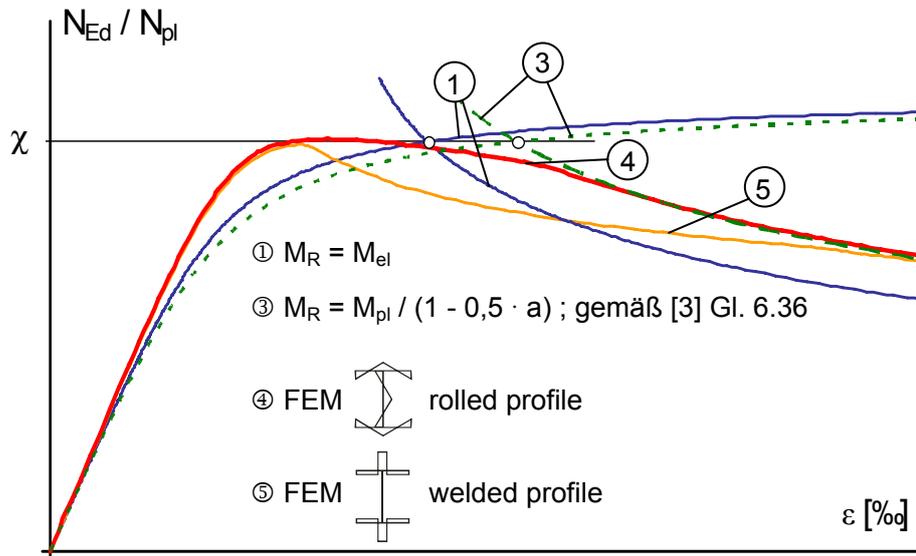


Bild 2.6: Vergleich von Last-Stauchungskurven nach dem Maquoi-Rondal-Modell und nach FEM-Berechnungen

2.1.3 Europäische Knickkurven für Biegeknicken

Bild 2.7 zeigt die so ermittelten Europäischen Knickkurven für Knickstäbe mit dem Imperfektionsbeiwerten α , und Tabelle 2.1 zeigt die Zuordnung dieser Imperfektionsbeiwerte zu bestimmten Querschnitten und Ausführungen.

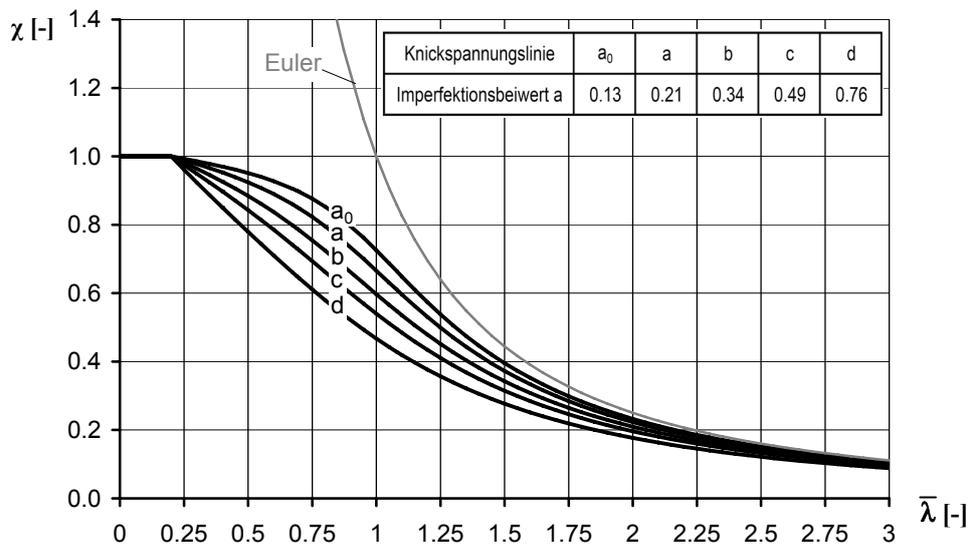


Bild 2.7: Europäische Knickspannungslinien [3]

Tabelle 2.1: Auswahl der Knicklinien in Abhängigkeit des Querschnitts und der Knickrichtung gemäß Eurocode 3 [3]

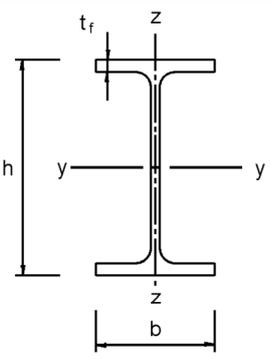
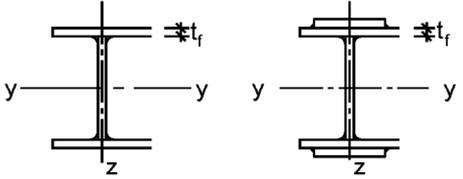
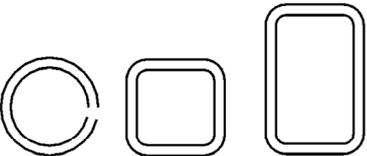
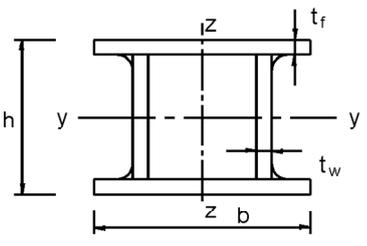
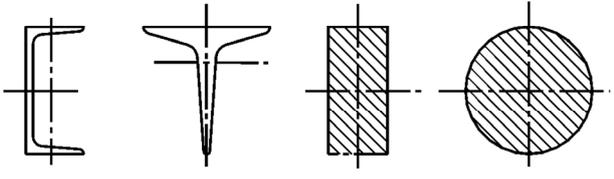
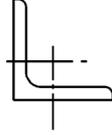
Querschnitt	Begrenzungen	Ausweichen rechtwinklig zur Achse	Knicklinie	
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
gewalzte I-Querschnitte 	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a a ₀
		$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$	y-y z-z	b c
	$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c
		$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d d
Geschweißte I-Querschnitte 	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	
	$t_f > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	c d	
Hohl- querschnitte 	warmgefertigte	jede	a	
	kaltgefertigte	jede	c	
Geschweißte Kastenquerschnitte 	allgemein (außer den Fällen der nächsten Zeile)	jede	b	
	dicke Schweißnähte: $a > 0,5t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	jede	c	
U-, T- und Vollquerschnitte 	jede	c		
L-Querschnitte 	jede	b		

Bild 2.8 zeigt einen Vergleich mit Versuchsergebnissen, und Bild 2.9 liefert den Verlauf des Teilsicherheitsbeiwertes γ_M aus der Versuchsauswertung nach EN 1990 – Anhang D.

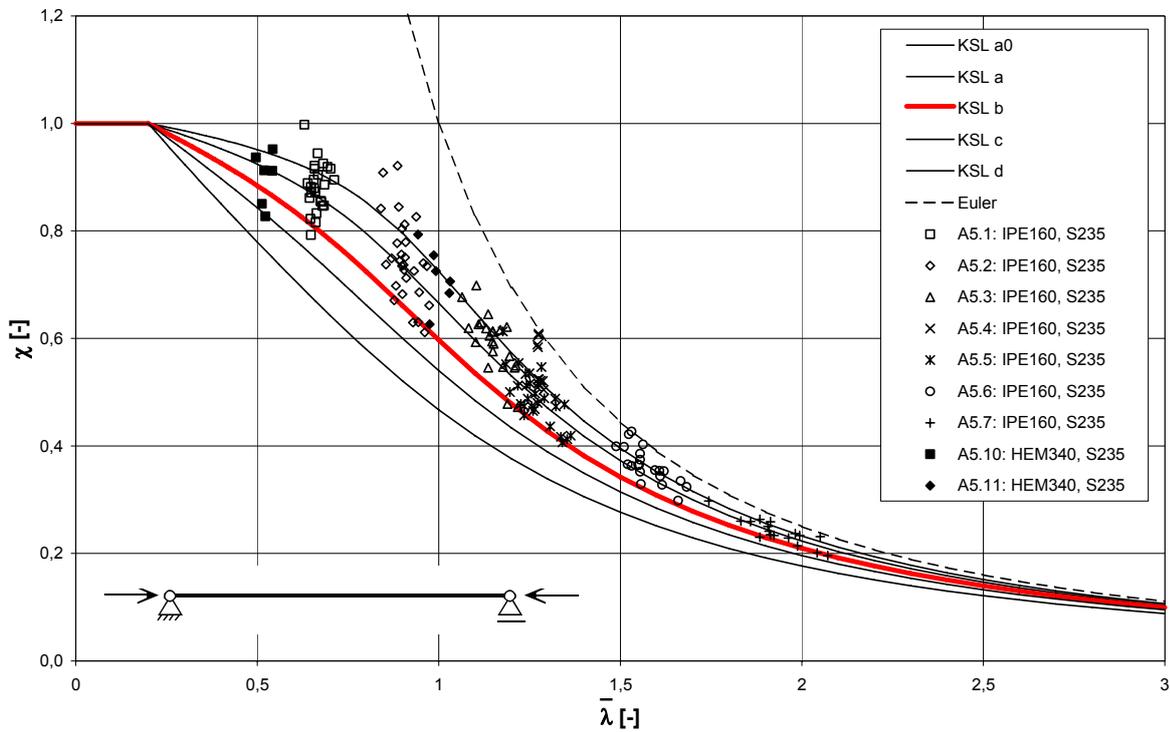


Bild 2.8: Versuchsergebnisse und Knickkurven; Knicken um die schwache Achse (KSL b) [9]

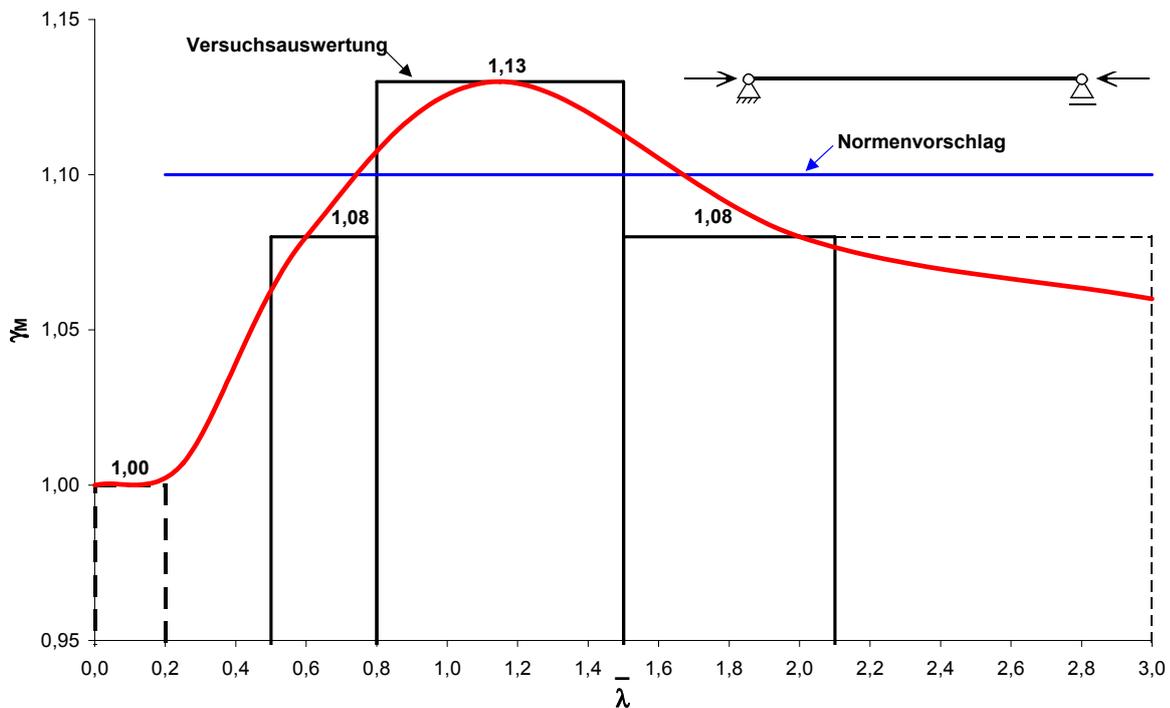


Bild 2.9: Teilsicherheitsbeiwerte γ_{M1} [9]

2.1.4 Verwendung der Europäischen Knickkurve für andere Randbedingungen

2.1.4.1 Allgemeines

Die Verwendung einer Sinus-Funktion als Anfangsimperfektion ist auf den einfachen Knickstab gemäß Bild 2.1, mit beidseitig gelenkiger Lagerung, unveränderlichem Querschnitt und konstanter Normalkraftbeanspruchung, beschränkt. Bei abweichender Lagerungsbedingungen ergibt sich die Imperfektion in Abhängigkeit der Eigenform η_{crit} , die durch die Gleichung

$$\eta_{crit} = a_1 \sin(\kappa x) + a_2 \cos(\kappa x) + a_3 \kappa x + a_4 \quad (2.14)$$

mit

$$\kappa^2 = \frac{N_{crit}}{EI} \quad (2.15)$$

a_1, a_2, a_3, a_4 = von den Lagerungsbedingungen abhängige Konstanten

beschrieben ist, siehe auch [10].

Die Differentialgleichung kann in der bekannten Form

$$\eta_{el}'''' + \kappa^2 \eta_{el}'' = \frac{q_{init}}{EI} = -\frac{N_{Ed}}{EI} \eta_{init}'' \quad (2.16)$$

mit

$$\eta_{init}(x) = c_0 \frac{\eta_{crit}(x)}{\eta_{crit,max}''} \quad (2.17)$$

$$c_0 = e_0 \kappa^2 \quad (2.18)$$

geschrieben werden. Hieraus ergibt sich die äquivalente geometrische Ersatzimperfektion η_{init} zu

$$\eta_{init}(x) = \frac{e_0 \cdot N_{crit}}{EI \eta_{crit,max}''} \cdot \eta_{crit}(x) \quad (2.19)$$

Die aus dieser Imperfektion folgende zusätzliche Ersatzlast in Querrichtung lautet

$$q_{init}(x) = N_{Ed} \frac{e_0 \cdot N_{crit}}{EI \eta_{crit,max}''} \cdot \eta_{crit}''(x) \quad (2.20)$$

und das Biegemoment nach Theorie II. Ordnung

$$M^H(x) = -EI \eta_{el}'' = \frac{e_0 \cdot N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{crit}}} \cdot \frac{\eta_{crit}''(x)}{\eta_{crit,max}''} \quad (2.21)$$

2.1.4.2 Beispiele

- (1) Für den beidseitig gelenkig gelagerten Knickstab nach Bild 2.1 ergeben sich somit die relevanten Gleichungen zur Bestimmung der Beanspruchung gemäß Theorie II. Ordnung zu:

$$\kappa = \frac{\pi}{\ell}$$

$$\eta_{crit}(x) = a_1 \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

$$\eta_{crit}''(x) = -a_1 \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

$$\eta_{init}(x) = e_o \frac{\left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2}{\left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right) = e_o \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

$$q_{init}(x) = e_o \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 N_{Ed} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

$$M^H(x) = e_o \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{\pi^2 EI/\ell^2}} \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

- (2) Für den beidseitig eingespannten Knickstab, gemäß Bild 2.10, folgt äquivalent:

$$\kappa = \frac{2\pi}{\ell}$$

$$\eta_{crit}(x) = a_1 \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\ell} x\right)\right)$$

$$\eta_{crit}''(x) = a_1 \left(\frac{2\pi}{\ell}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi}{\ell} x\right)$$

$$\eta_{init}(x) = e_o \frac{\left(\frac{2\pi}{\ell}\right)^2}{\left(\frac{2\pi}{\ell}\right)^2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\ell} x\right)\right) = e_o \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\ell} x\right)\right)$$

$$q_{init}(x) = e_o \cdot \left(\frac{2\pi}{\ell}\right)^2 N_{Ed} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\ell} x\right)$$

$$M^H(x) = e_o \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{EI \cdot (2\pi/\ell)^2}} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\ell} x\right)$$

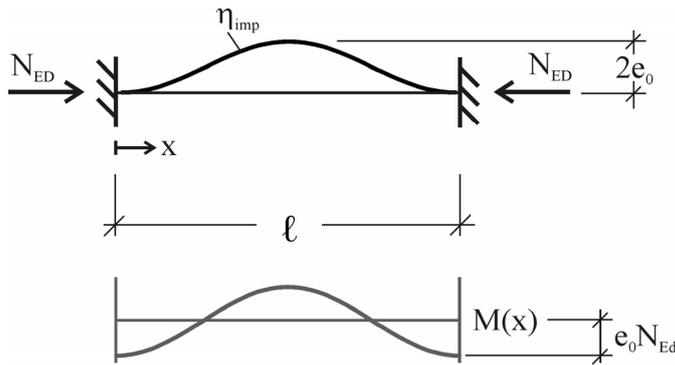


Bild 2.10: Beidseitig eingespannter Knickstab unter konstanter Normalkraftbeanspruchung N_{Ed}

- (3) Während in den beiden vorangegangenen Beispielen die Stelle der maximalen Krümmung $\eta''_{crit,max}$ mit der Stelle der maximalen Durchbiegung $\eta_{crit,max}$ zusammenfällt und sich die Notwendigkeit eines zum Krümmungsverlauf affinen Imperfektionsansatzes nicht offensichtlich ergibt, so wird der Zusammenhang im folgenden Beispiel etwas deutlicher.

Für einen Knickstab mit einem gelenkig gelagerten und einem eingespannten Ende (Eulerfall III), gemäß Bild 2.11, ergibt sich die Lösung der Differentialgleichung zu

$$\kappa = \frac{\varepsilon}{l}$$

mit $\varepsilon = 4,4937$

$$\eta_{crit}(x) = a_1 \left\{ \left(1 - \cos\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{l}\right) \right) \cdot \varepsilon + \sin\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{l}\right) - \frac{\varepsilon \cdot x}{l} \right\}$$

$$\eta''_{crit}(x) = a_1 \left\{ \frac{\varepsilon^3}{l^2} \cdot \cos\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{l}\right) - \left(\frac{\varepsilon}{l}\right)^2 \sin\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{l}\right) \right\}$$

$$\eta_{init}(x) = e_o \frac{\left(1 - \cos\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{l}\right) \right) \cdot \varepsilon + \sin\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{l}\right) - \frac{\varepsilon \cdot x}{l}}{\varepsilon \cdot \cos\left(\frac{\varepsilon \cdot x_d}{l}\right) - \sin\left(\frac{\varepsilon \cdot x_d}{l}\right)}$$

Mit $x_d = x_{\eta''_{crit,max}} \approx 0,65 \cdot l$ folgt für die Imperfektionsersatzlast q und das Biegemoment M^II

$$\begin{aligned}
 q_{init}(x) &= e_o \cdot N_{Ed} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\ell}\right)^2 \cdot \frac{\varepsilon \cdot \cos\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{\ell}\right) - \sin\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{\ell}\right)}{\varepsilon \cdot \cos(0,65 \cdot \varepsilon) - \sin(0,65 \cdot \varepsilon)} \\
 &= e_o \cdot N_{Ed} \cdot \frac{-4,3864}{\ell^2} \cdot \left(\varepsilon \cdot \cos\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{\ell}\right) - \sin\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{\ell}\right)\right) \\
 M''(x) &= e_o \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{EI \cdot (\varepsilon/\ell)^2}} \cdot \frac{\varepsilon \cdot \cos\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{\ell}\right) - \sin\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{\ell}\right)}{\varepsilon \cdot \cos(0,65 \cdot \varepsilon) - \sin(0,65 \cdot \varepsilon)} \\
 &= e_o \frac{-0,2172 \cdot N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{EI \cdot (\varepsilon/\ell)^2}} \cdot \left(\varepsilon \cdot \cos\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{\ell}\right) - \sin\left(\frac{\varepsilon \cdot x}{\ell}\right)\right)
 \end{aligned}$$

Die Stelle der maximalen Beanspruchung liegt somit an der Stelle der maximalen Krümmung $x_d = x_{\eta_{crit, max}''}$ und somit an der Stelle des größten Biegemomentes nach Theorie 2. Ordnung. Mit $x_d = x_{\eta_{crit, max}''} \approx 0,65 \cdot \ell$ folgt

$$M''(x_d) = e_o \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{EI \cdot (\varepsilon/\ell)^2}} \cdot 1,0$$

Das entsprechende Biegemoment an der Stelle der maximalen Durchbiegung ist kleiner und ergibt sich mit $x_{\eta_{crit, max}} \approx 0,6 \cdot \ell$ konkret zu

$$M''(x_{\eta_{crit, max}}) = M''(x_d) \cdot 0,98$$

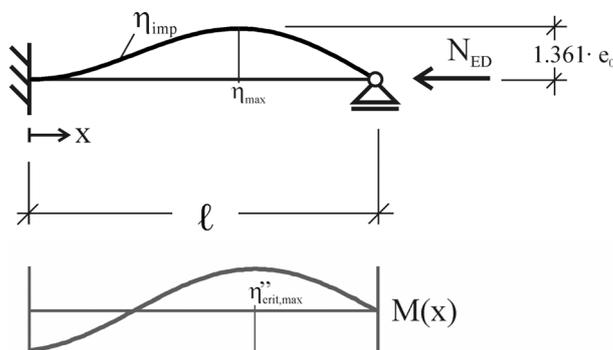


Bild 2.11: Knickstab mit einem gelenkig gelagerten und einem eingespannten Ende unter konstanter Normalkraftbeanspruchung N_{Ed}

- (4) Für einen elastisch gebetteten Druckstab mit Anfangsimperfektion gemäß Bild 2.12 lautet die Differentialgleichung

$$\eta_{el}'''' + \kappa^2 \eta_{el}'' + \frac{c}{EI} \eta_{el} = \frac{q_{init}}{EI} = \frac{-N_{Ed} \eta_{init}''}{EI}$$

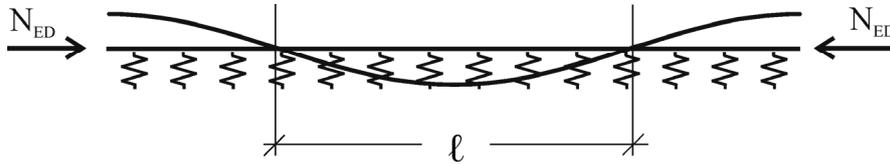


Bild 2.12: Elastisch gebetteter Knickstab unter Normalkraftbeanspruchung N_{Ed}

Bei Annahme einer sinusförmigen Knickeigenform mit der Wellenlänge ℓ ergibt sich die Eigenform zu

$$\eta_{crit} = a_1 \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

$$\eta_{crit}'' = -a_1 \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

$$\eta_{crit}'''' = a_1 \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^4 \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

Damit folgt

$$\left[EI \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^4 - N_{crit} \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 + c \right] \cdot a_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right) = 0$$

und

$$N_{crit} = EI \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 + c \cdot \left(\frac{\ell}{\pi}\right)^2$$

dessen Minimum mit

$$\frac{\partial N_{crit}}{\partial \ell} = \left[-EI \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 + c \cdot \left(\frac{\ell}{\pi}\right)^2 \right] \cdot \frac{2}{\ell} = 0$$

zu

$$\frac{\ell}{\pi} = \sqrt[4]{\frac{EI}{c}}$$

bestimmt werden kann, womit sich die kritische Knicklast zu

$$N_{crit} = EI \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{EI}{c}}} + c \cdot \sqrt{\frac{EI}{c}} = 2\sqrt{EI \cdot c}$$

ergibt. Die maßgebenden Gleichungen für den elastisch gebetteten Knickstab können somit wie folgt zusammengefasst werden, siehe auch [10]:

$$\kappa^2 = \frac{N_{crit}}{EI} = 2 \cdot \sqrt{\frac{c}{EI}}$$

$$\eta_{crit} = a_1 \sin\left(\sqrt[4]{\frac{EI}{c}} x\right)$$

$$\eta_{crit}'' = -a_1 \sqrt{\frac{EI}{c}} \sin\left(\sqrt[4]{\frac{EI}{c}} x\right)$$

$$\eta_{imp} = e_o \frac{2\sqrt{\frac{c}{EI}}}{2\sqrt{\frac{EI}{c}}} \cdot \sin\left(\sqrt[4]{\frac{EI}{c}} x\right) = e_o \cdot \frac{c}{EI} \cdot \sin\left(\sqrt[4]{\frac{EI}{c}} x\right)$$

$$q_{imp} = e_o \cdot N_{Ed} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{c}{EI}} \cdot \sin\left(\sqrt[4]{\frac{EI}{c}} x\right)$$

$$M^H(x) = e_o \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{2\sqrt{EI \cdot c}}} \cdot \sin\left(\sqrt[4]{\frac{EI}{c}} x\right)$$

2.1.5 Schlussfolgerung

Das Referenzmodell für die Ermittlung der Knickbeanspruchbarkeit für Stäbe mit konstanten Querschnitten und konstanter Druckkraft nach Bild 2.1 und Bild 2.2 ist nicht nur das Referenzmodell für mögliche Vereinfachungen, sondern im Hinblick auf die notwendige Konsistenz der Bemessungsregeln auch das Referenzmodell für die Ermittlung der

1. Knickbeanspruchbarkeit von Druckstäben mit über der Längsachse veränderlichem Querschnitt und veränderlicher Druckkraft und elastischer Bettung,
2. Biegedrillknickbeanspruchbarkeit von Druckstäben und Biegeträgern,
3. Beulbeanspruchbarkeit von nichtausgesteiften und ausgesteiften Blechfeldern,

da das Referenzmodell in allen diesen Anwendungsbereichen als Sonderfall enthalten ist.

Im Folgenden wird gezeigt, wie Knicken mit veränderlicher Druckkraft und veränderlichen Querschnitten und Biegedrillknicken bei beliebiger Belastung nach den Eurocode-Regeln konsistent mit dem Referenzmodell des einfachen Knickstabes nachgewiesen werden kann.

Die Anwendung auf Beulen wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht behandelt.

2.2 Verallgemeinerung des Knickstabsnachweises

2.2.1 Lösungsansatz

Anstelle der Differentialgleichung in Bild 2.1 lautet die Differentialgleichung für den Druckstab mit veränderlichem Querschnitt und veränderlicher Druckkraft auf elastischer Bettung:

$$(EI(x) \cdot \eta'')'' + \alpha_{crit} (N_E(x) \cdot \eta')' + c(x) \cdot \eta = 0 \quad (2.22)$$

wobei α_{crit} der Faktor an der Druckkraftverteilung $N_E(x)$ ist, mit dem der Verzweigungswert der Last erreicht wird. Die Lösung unter Beachtung der Randbedingungen wird numerisch durchgeführt und führt zu dem Eigenwert α_{crit} und der Eigenform η_{crit} mitsamt ihren Ableitungen η'_{crit} und η''_{crit} . Diese Lösung erfüllt die Differentialgleichung in der Form

$$q = \underbrace{(EI(x) \cdot \eta''_{crit})''}_{\text{innerer Widerstand}} + c(x) \cdot \eta_{crit} + \underbrace{\alpha_{crit}}_{\text{Konstante}} \cdot \underbrace{(N_E(x) \cdot \eta'_{crit})'}_{\text{äußere Einwirkung}} = 0 \quad (2.23)$$

$$R_{crit} + \alpha_{crit} \cdot E_{crit}$$

Der Imperfektionsansatz lautet in Verallgemeinerung von EN 1993-1-1 [3], Absatz 5.3.1 (11) Gleichung (5.9)

$$\eta_{init} = \left[e_0 \frac{\alpha_{crit} \cdot N_E(x)}{EI(x) \cdot \eta''_{crit}(x)} \right]_{x=x_d} \cdot \eta_{crit}(x) \quad (2.24)$$

wobei der Referenzpunkt $x = x_d$ der Stelle der maßgebenden Beanspruchung entspricht.

Der Ansatz (2.24) erfüllt die Differentialgleichung (2.25) und alle Randbedingungen

$$\underbrace{\left[e_0 \frac{\alpha_{crit} N_E(x)}{EI(x) \eta''_{crit}(x)} \right]_{x=x_d}}_{\text{Konstante}} \left\{ (EI(x) \eta''_{crit}(x))'' + c(x) \eta_{crit}(x) + \alpha_{crit} (N_E(x) \eta'_{crit}(x))' \right\} = 0 \quad (2.25)$$

und liefert im Sonderfall

$$N_E(x) = N_E = \textit{konst.}$$

$$EI(x) = EI = \textit{konst.}$$

$$c(x) = 0$$

$$\eta_{crit} = \sin \frac{\pi x}{\ell} \text{ für gelenkige Endlagerung}$$

die Werte

$$\alpha_{crit} = \frac{EI \cdot \pi^2}{\ell^2 N_E}$$

$$\eta_{crit}'' = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

und somit für $x_d = \ell/2$:

$$\eta_{init} = e_0 [1] \sin \frac{\pi x}{\ell}.$$

Der durch die äußere Last

$$\alpha_E \cdot N_E(x) \leq \alpha_{crit} N_E(x) \tag{2.26}$$

hervorgerufene innere Widerstand R_E in Gleichung (2.23) lautet

$$R_E = \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}} \left\{ (EI(x) \cdot \eta_{crit}'')'' + c(x) \cdot \eta_{crit} \right\} = \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}} \left\{ \alpha_{crit} \cdot (N_E(x) \cdot \eta_{crit}')' \right\} \tag{2.27}$$

Somit lautet das über die Länge x verteilte Moment infolge der Imperfektion η_{imp} nach Theorie 1. Ordnung

$$M_E^I(x) = \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}} \cdot \left[e_0 \frac{\alpha_{crit} N_E(x)}{EI(x) \eta_{crit}''(x)} \right]_{x=x_d} \cdot EI(x) \eta_{crit}''(x) \tag{2.28}$$

Dieses Biegemoment nimmt an der Stelle x den Wert

$$\begin{aligned} M_E^I(x) &= \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}} \cdot e_0 \cdot \alpha_{crit} \cdot N_E(x) \\ &= \alpha_E \cdot N_E(x_d) \cdot e_0 \end{aligned} \tag{2.29}$$

an. Kennzeichnet der Wert $x = x_d$ den ungünstigsten Querschnitt des Druckstabes, dann lautet der Querschnittsnachweis unter Beachtung der Theorie 2. Ordnung:

$$\underbrace{\left[\frac{\alpha_E N_E(x)}{N_R(x)} \right]_{x=x_d}}_{\text{Beanspruchung in der Ebene}} + \underbrace{\left[\frac{\alpha_E e_0 N_E(x)}{M_R(x)} \right]_{x=x_d}}_{\text{Beanspruchung aus der Ebene heraus}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} = 1 \quad (2.30)$$

Mit der Abkürzung

$$\alpha_{ult,k}(x_d) = \left[\frac{N_R(x)}{N_E(x)} \right]_{x=x_d} \quad (2.31)$$

folgt aus Gleichung (2.30)

$$\left[\frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k}(x)} + \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k}(x)} \cdot \frac{N_R(x)}{M_R(x)} \cdot e_0 \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} \right]_{x=x_d} = 1 \quad (2.32)$$

Setzt man

$$\chi(x_d) = \left[\frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k}(x)} \right]_{x=x_d} \quad (2.33)$$

$$\bar{\lambda}(x_d) = \left[\sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{crit}}} \right]_{x=x_d} \quad (2.34)$$

$$e_0 = \left[\frac{M_R(x)}{N_R(x)} \right]_{x=x_d} \cdot \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \quad (2.35)$$

dann kann Gleichung (2.32) zu

$$\chi(x_d) + \chi(x_d) \cdot \alpha \cdot (\bar{\lambda}(x_d) - 0,2) \cdot \frac{1}{1 - \chi(x_d) \cdot \bar{\lambda}^2(x_d)} = 1 \quad (2.36)$$

umgeformt werden, also zu der gleichen Gleichung $\chi(\bar{\lambda})$ wie in Bild 2.2, die zu den Europäischen Standard-Knickkurven führt. Damit wurde gezeigt, dass die Europäischen Standardknickkurven auch für Druckstäbe mit beliebiger Normalkraft- und Steifigkeitsverteilung, mit beliebiger Bettung und beliebigen Randbedingungen ohne Änderung gelten, wenn sie auf die Querschnittswerte und die Normalkraft $N_E(x)$ des Querschnitts an der maßgebenden Nachweisstelle x_d angewendet werden. Auf das charakteristische Moment $[EI(x) \cdot \eta''_{crit}(x)]_{x=x_d}$ an diesem Querschnitt werden nach Gleichung (2.24) auch die anzusetzenden geometrischen Ersatzimperfektionen bezogen.

2.2.2 Nachweismöglichkeiten

Für den maßgebenden Querschnitt gilt folgendes, vgl. Bild 2.13:

1. Bei konstanten Querschnittsverhältnissen und konstanter Normalkraft ist $\alpha_{ult,k}$ konstant und die maßgebende Nachweisstelle x_d liegt dort, wo η''_{crit} am größten ist, bei $\eta''_{crit,max}$.

Die Imperfektion lautet somit

$$\eta_{imp}(x) = e_0 \cdot \frac{\alpha_{crit} N_E}{EI \cdot \eta''_{crit,max}} \cdot \eta_{crit}(x) \quad (2.37)$$

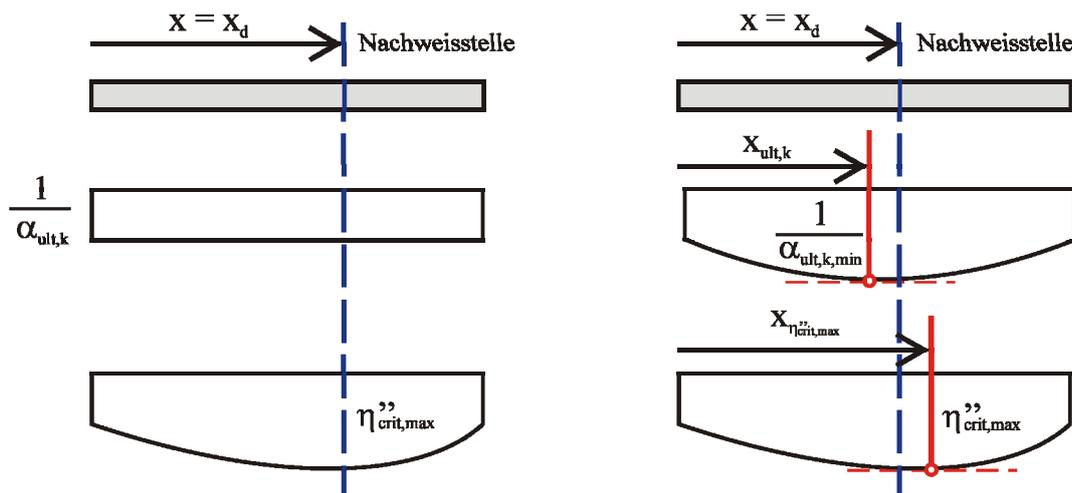
siehe auch EN 1993-1-1 [3], Gleichung (5.9).

2. Bei veränderlichem Wert $\alpha_{ult,k}(x)$, hervorgerufen durch einen veränderlichen Querschnitt, eine veränderliche Normalkraftverteilung $N_E(x)$ oder beides, liegt die Bemessungsstelle $x = x_d$ in der Regel zwischen
 - der Stelle $x_{ult,k}$, an der die Funktion $\alpha_{ult,k}(x)$ ein Minimum annimmt ($\rightarrow \alpha_{ult,k,min}$) und
 - der Stelle $x_{\eta''_{crit,max}}$, an der die Krümmung η''_{crit} ein Maximum annimmt.

Für die einfache Nachweisführung sind zwei Lösungen möglich, die es dem Endanwender erlauben den maßgebenden Nachweis zu führen, ohne die genaue Krümmungsfunktion zu kennen:

1. für standardisierte Fälle werden Bemessungshilfen zur Ermittlung der Nachweisstelle x_d entwickelt, so dass der Nachweis für diese Stelle mit den unveränderten Europäischen Knickkurven geführt werden kann,
2. für standardisierte Fälle werden Bezugsstellen x_{ref} zur Ermittlung von $\alpha_{ult,k}(x_{ref})$ vereinbart (z.B. $\alpha_{ult,k,min}$) und die Knickkurven dann für diese so modifiziert, dass die Knickbeanspruchbarkeit unter Verwendung der „falschen“ Eingangsgröße richtig ermittelt wird.

Normalerweise ist die Lösung 1 der einfachere Weg; wegen der Bedeutung von Lösung 2 für das Biegedrillknicken werden im Folgenden dennoch beide Lösungswege näher erläutert.


 Bild 2.13: Schematische Darstellung der Lage der Nachweisstelle x_d

2.2.3 Ermittlung der maßgebenden Bemessungsstelle x_d (Lösung 1)

Um die Europäische Knickkurve nach Gleichung (2.36) unverändert anwenden zu können, muss die maßgebende Bemessungsstelle x_d ermittelt werden, für die der Ausnutzungsgrad $\varepsilon(x)$, gegeben durch die Gleichung

$$\varepsilon(x) = \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k}(x)} + \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k}(x)} \cdot \alpha^* \cdot b(x) \cdot (\bar{\lambda}(x_d) - 0,2) \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} \cdot \frac{EI(x) \cdot \eta_{crit}''(x)}{EI(x_d) \cdot \eta_{crit}''(x_d)} \quad (2.38)$$

mit

$$b(x) = \frac{N_R(x) \cdot M_R(x_d)}{M_R(x) \cdot N_R(x_d)},$$

sein Maximum annimmt, vgl. Bild 2.14.

Für den Sonderfall eines konstanten Querschnitts, mit $EI(x) = EI = konst.$ und $EA(x) = EA = konst.$, vereinfacht sich Gleichung (2.38) zu

$$\varepsilon(x) = \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k}(x)} + \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k}(x)} \cdot \alpha^* \cdot (\bar{\lambda}(x_d) - 0,2) \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} \cdot \frac{\eta_{crit}''(x)}{\eta_{crit}''(x_d)} \quad (2.39)$$

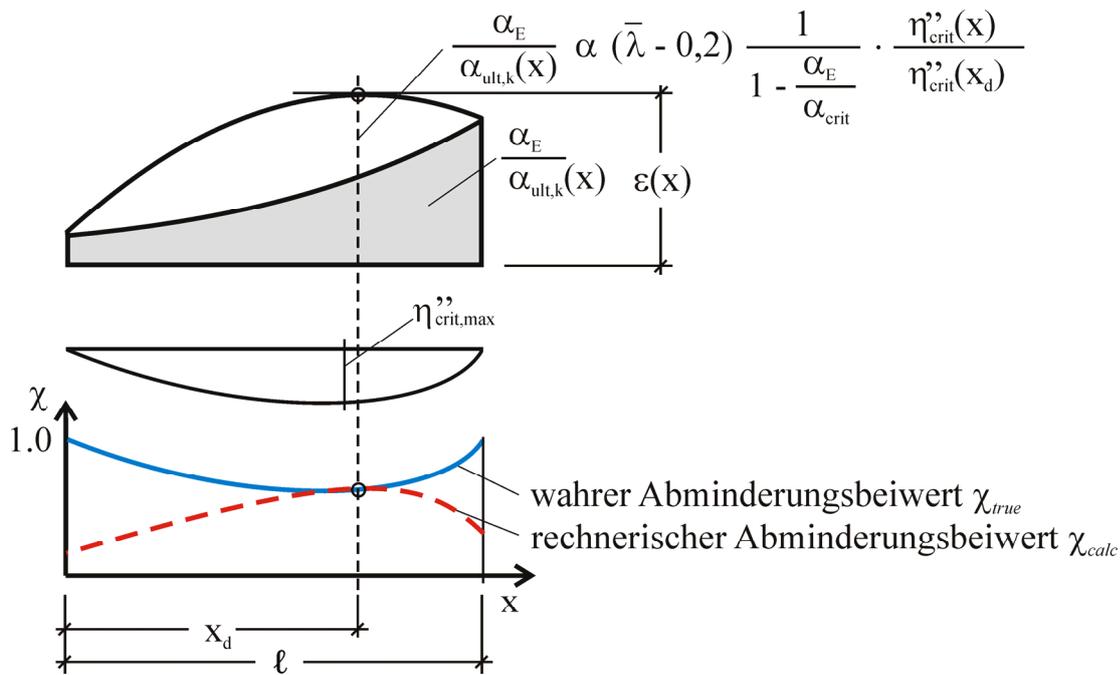


Bild 2.14: Ermittlung der Nachweisstelle x_d , wenn $\varepsilon(x)$ ein Extremum besitzt

Ist die Funktion $\varepsilon(x)$ bekannt, so kann das Extremum mittels einfacher Ableitung

$$\frac{\partial \varepsilon(x)}{\partial x} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.40)$$

ermittelt werden.

Bild 2.14 zeigt das die Berücksichtigung der Krümmungsfunktion $\eta''_{crit}(x)$ zu wahren Bemessungswerten $\chi_{true}(x)$ führt:

$$\chi_{true}(x) \text{ aus } \chi_{true} + \chi_{true} \cdot \alpha^* \cdot (\bar{\lambda}(x_d) - 0,2) \cdot \frac{1}{1 - \chi_{true} \cdot (\bar{\lambda}(x_d))^2} \cdot \frac{\eta''_{crit}(x)}{\eta''_{crit}(x_d)} = 1 \quad (2.41)$$

$$\alpha_{E,true}(x) = \alpha_{ult,k}(x) \cdot \chi_{true}(x)$$

wohingegen die Verwendung der Europäischen Knickkurve zu den Bemessungswerten $\chi_{calc}(x)$ führt:

$$\chi_{calc}(x) \text{ aus } \chi + \chi \cdot \alpha^* \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{1}{1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^2} = 1 \quad (2.42)$$

$$\alpha_{E,calc}(x) = \alpha_{ult,k}(x) \cdot \chi_{calc}(x)$$

Besitzt die Funktion $\varepsilon_{true}(x)$ kein Extremum über die gesamte Bauteillänge, so wird der Querschnittsnachweis am Systemrand mit $\chi = 1.0$ maßgebend, siehe Bild 2.15.

Für die praktische Anwendung können Bemessungstabellen zur Ermittlung der maßgebenden Bemessungsstelle x_d entwickelt werden, die eine exakte Berechnung unter Verwendung der Standard Biegeknick- und Biegedrillknickkurven ermöglichen.

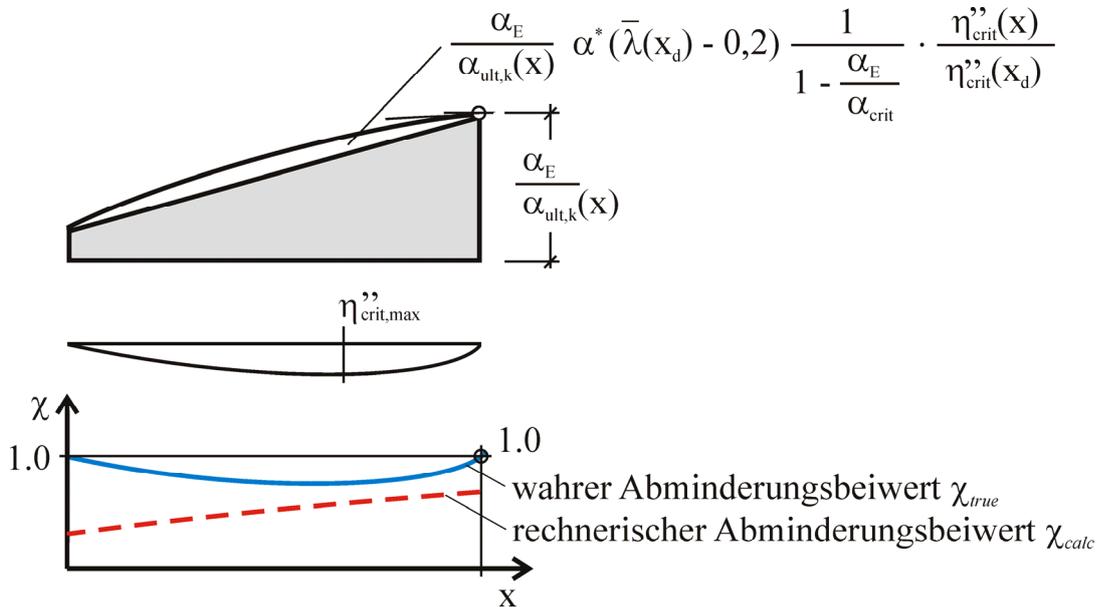


Bild 2.15: Ermittlung der Nachweisstelle x_d , wenn $\varepsilon_{true}(x)$ kein Extremum besitzt

2.2.4 Modifizierung der Knickkurve (Lösung 2)

Eine anwendungsorientierte Vereinbarung für die Modifizierung der Knickkurven besteht in der Verwendung des Lasterhöhungsfaktors $\alpha_{ult,k,min}$ und des kritischen Lasterhöhungsfaktors α_{crit} der sich aus der Eigenwertanalyse ergibt. Beide Werte stehen dem Anwender in der Regel ohne Weiteres zur Verfügung.

Setzt man

$$\chi = \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k}} = \underbrace{\frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k,min}}}_{\chi_{mod}} \cdot \underbrace{\frac{\alpha_{ult,k,min}}{\alpha_{ult,k}}}_f \quad (2.43)$$

und

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{crit}}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\alpha_{ult,k,min}}{\alpha_{crit}}}}_{\bar{\lambda}_{mod}} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{ult,k,min}}}}_{\frac{1}{\sqrt{f}}} \quad (2.44)$$

so folgt aus Gleichung (2.36)

$$\chi_{\text{mod}} \cdot f + \chi_{\text{mod}} \cdot f \cdot \alpha^* \left(\frac{\bar{\lambda}_{\text{mod}}}{\sqrt{f}} - 0,2 \right) \cdot \frac{1}{1 - \chi_{\text{mod}} \cdot f \cdot \frac{\bar{\lambda}_{\text{mod}}^2}{f}} = 1 \quad (2.45)$$

Somit ergibt sich die modifizierte Knickkurve zu

$$\chi_{\text{mod}} = \frac{1}{f} \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \frac{\bar{\lambda}_{\text{mod}}^2}{f}}} \quad (2.46)$$

mit

$$\phi = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha^* \cdot \left(\frac{\bar{\lambda}_{\text{mod}}}{\sqrt{f}} - 0,2 \right) + \frac{\bar{\lambda}_{\text{mod}}^2}{f} \right] \quad (2.47)$$

In Bild 2.16 ist exemplarisch eine unmodifizierte einer modifizierte Knickkurve gegenübergestellt. Beide ergeben mit unterschiedlichen Eingangswerten $\alpha_{\text{ult},k}$ das gleiche Ergebnis:

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{ult},d} &= \chi_{\text{mod}} \cdot \alpha_{\text{ult},k,\text{min}} = \frac{\chi}{f} \cdot f \cdot \alpha_{\text{ult},k} \\ &= \chi \cdot \alpha_{\text{ult},k} \end{aligned} \quad (2.48)$$

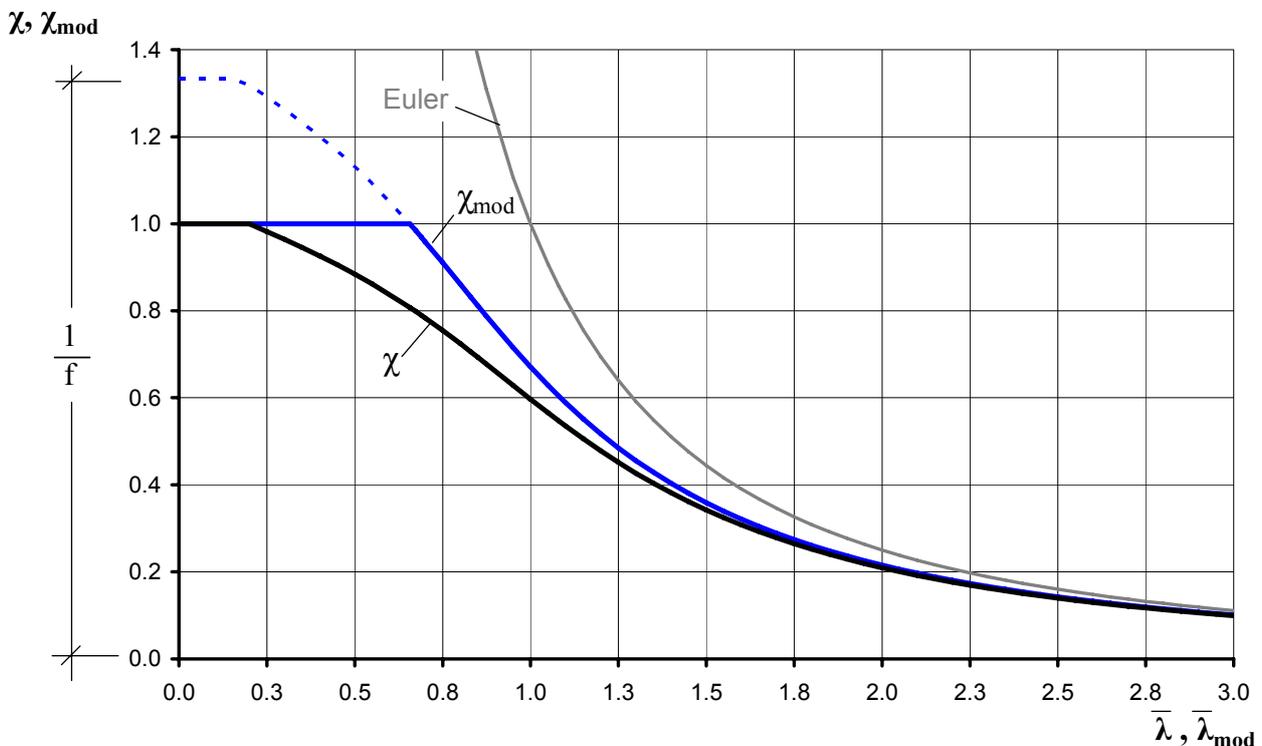


Bild 2.16: Modifizierte Knickkurve χ_{mod} und unmodifizierte Knickkurve χ

Man erkennt in Bild 2.16, dass die modifizierte Knickkurve χ_{mod} stets oberhalb der unmodifizierten Knickkurve liegt, so dass eine Berechnung mit $\alpha_{ult,k,min}$ und den unveränderten Knickkurven immer auf der sicheren Seite läge. Diese Rückzugsmöglichkeit auf der sicheren Seite ist häufig der zweckmäßigste weil einfachste Weg.

2.2.5 Berechnungsbeispiel

Im Folgenden wird das genaue Vorgehen an einem theoretischen Beispiel vorgestellt, dessen exakte Lösung nicht mehr trivial ist und somit die ideale Voraussetzung bietet die Möglichkeit des Verfahrens herauszustellen.

Für den in Bild 2.17 gegebenen, beidseitig gelenkig gelagerten Knickstab mit über der Höhe veränderlichem Querschnitt ergibt sich aufgrund des fiktiven, extrem hohen Eigengewichtes eine nichtlinear ansteigende Normalkraftbeanspruchung.

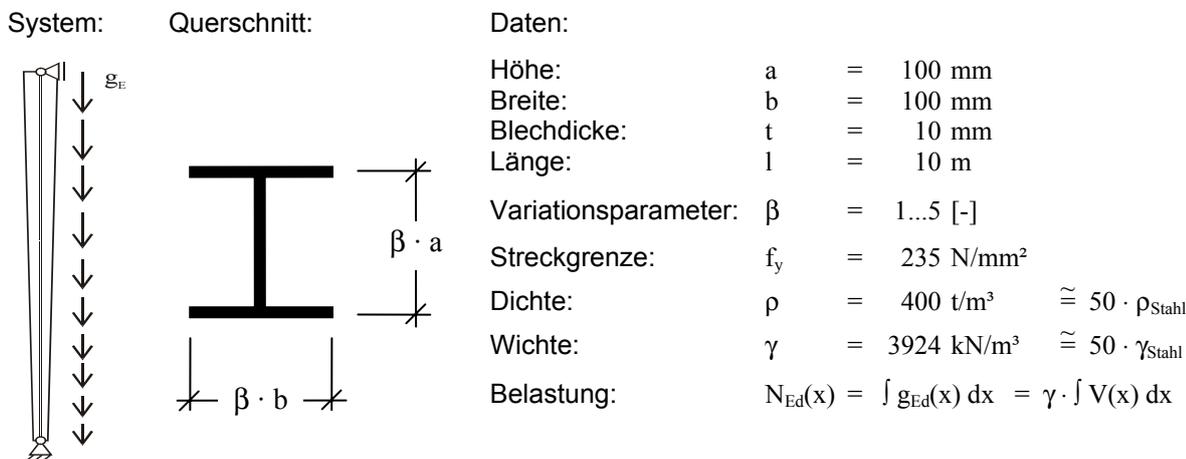


Bild 2.17: Abmessungen und Systemdaten des Berechnungsbeispiels Stütze mit Doppelroute

Die Eigenwertanalyse unter Berücksichtigung der nichtlinearen Normalkraftverteilung und der gegebenen Geometrie liefert zwei wichtige Ergebnisse für die „genaue“ Berechnung:

1. den kritischen Lasterhöhungsfaktor $\alpha_{crit} = 1,662$
2. den Krümmungsverlauf $\eta''_{crit}(x)$, mit dessen Hilfe der Ausnutzungsgrad $\varepsilon_{true}(x)$ und somit der maßgebenden Querschnitt exakt bestimmt werden kann. Im vorliegenden Beispiel fällt die Bemessungsstelle $x = x_d$ mit der Stelle an der die maximalen Krümmung $\eta''_{crit,max}$ auftritt, bei $x_d = 0,855 \text{ m}$, zusammen. An dieser Stelle ergeben sich die Bemessungswerte zu

$$N_{Ed}(x_d) = 341,4 \text{ kN}$$

$$N_{Rk}(x_d) = 946,1 \text{ kN}$$

Dies führt zu

$$\alpha_{ult,k}(x_d) = \frac{946,1}{341,4} = 2,771$$

Mit Hilfe dieser beiden Lasterhöhungsfaktoren kann der wahre Abminderungsbeiwert, über die Schlankheit an der Bemessungsstelle x_d

$$\bar{\lambda}(x_d) = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}(x_d)}{\alpha_{crit}}} = \sqrt{\frac{2,771}{1,662}} = 1,291$$

unter Verwendung der Europäischen Standard Knickkurve, mit einem Imperfektionsbeiwert $\alpha = 0,49$ für Knicken um die schwache Achse von geschweißten Querschnitten, zu

$$\chi(\bar{\lambda}(x_d)) = 0,392$$

bestimmt werden. Damit folgt für den Bauteilnachweis

$$\rightarrow \alpha_{Ed} = \frac{\chi(x_d) \cdot \alpha_{ult,k}(x_d)}{\gamma_{M1}} = \frac{0,392 \cdot 2,771}{1,0} = 1,088 > 1,0$$

Beim vereinfachten Nachweis, wird $\alpha_{ult,k,min}$ an der Stelle $x = 0$ m ermittelt

$$\alpha_{ult,k,min} = \frac{705,0}{353,2} = 1,996.$$

Mit α_{crit} folgt

$$\bar{\lambda}_{mod} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k,min}}{\alpha_{crit}}} = \sqrt{\frac{1,996}{1,662}} = 1,096$$

$$\chi(\bar{\lambda}_{mod}) = 0,486$$

und der Nachweis ergibt sich somit zu

$$\rightarrow \alpha_{Ed} = \frac{\chi(x_{min}) \cdot \alpha_{ult,k,min}}{\gamma_{M1}} = \frac{0,486 \cdot 1,996}{1,0} = 0,971 < 1,0.$$

Bei der Verwendung der modifizierten Knickkurve nach Bild 2.16 wird der Nachweis wie folgt geführt:

Der Modifikationsparameters f wird aus Bemessungshilfen entnommen. Die ursprüngliche Ermittlung des Beiwertes f beruht dabei auf folgender Berechnung:

$$f = \frac{\alpha_{ult,k,min}}{\alpha_{ult,k}} = \frac{1,996}{2,771} = 0,720.$$

Unter Kenntnis des Beiwertes f kann der Nachweis nun unter Verwendung der „falschen“ Eingangsgröße $\alpha_{ult,k,min}$ geführt werden. Mit

$$\bar{\lambda}_{mod} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k,min}}{\alpha_{crit}}} = \sqrt{\frac{1,996}{1,662}} = 1,096$$

folgt der Abminderungsbeiwert χ_{mod} gemäß Gleichung (2.46)

$$\chi_{mod}(\bar{\lambda}_{mod}; \alpha = 0,49; f = 0,720) = 0,545$$

und somit der Bauteilnachweis

$$\rightarrow \alpha_{Ed} = \frac{\chi_{mod} \cdot \alpha_{ult,k,min}}{\gamma_{M1}} = \frac{0,545 \cdot 1,996}{1,0} = 1,088 > 1,0$$

der zum gleichen Ergebnis führt, wie der direkte Nachweis an der Bemessungsstelle x_d (s.o.).

Für die FEM-Berechnung muss zunächst eine äquivalente geometrische Ersatzimperfektion η_{init} proportional zur ersten Eigenform η_{crit} bestimmt werden, die sich gemäß Gl. (2.19) zu

$$\eta_{init} = e_0 \left[\frac{\alpha_{cr} \cdot N_E(x)}{EI(x) \cdot \eta_{crit,max}''} \right]_{x=x_d}$$

ergibt. Mit einer Amplitude e_0 an der Stelle $x = x_d$ von

$$e_0 = \frac{M_R(x_d)}{N_R(x_d)} \cdot (\bar{\lambda}(x_d) - 0,2) \cdot \alpha = \frac{21,2}{946,1} \cdot (1,291 - 0,2) \cdot 0,49 = 12,0 \text{ mm}$$

folgt

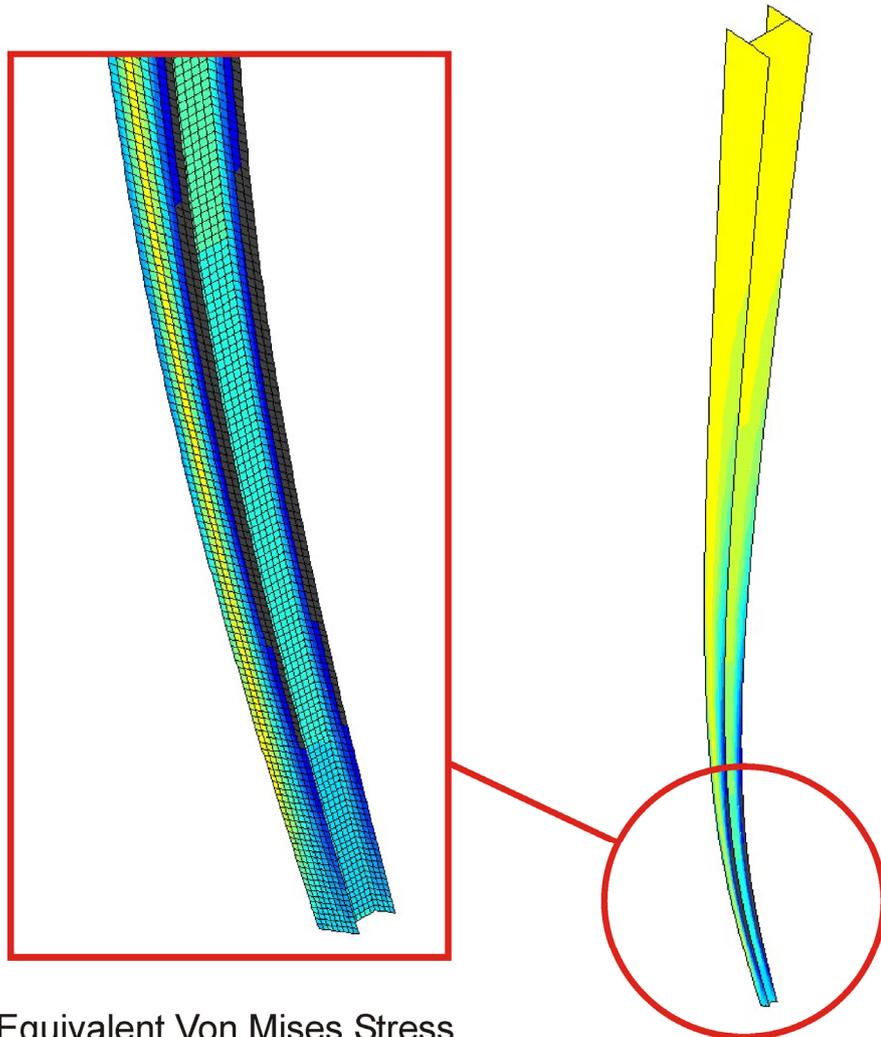
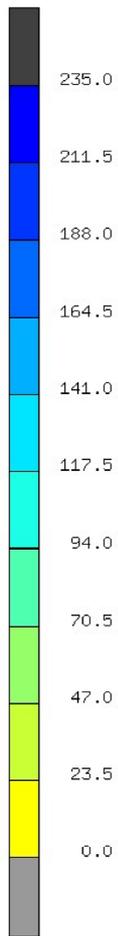
$$\eta_{init} = 12,0 \cdot \left[\frac{1,662 \cdot 341,4}{210000 \cdot 4028156 \cdot 3,323 \cdot 10^{-7}} \right] = 24,1 \text{ mm}$$

Unter Verwendung dieser Ersatzimperfektion führt die GMNIA-FE-Analyse zu einem Lasterhöhungsfaktor der Grenztraglast von

$$\rightarrow \alpha_{Ed} = 1,107 > 1,0$$

verursacht durch ein plastisches Querschnittsversagen im Bereich $x_{d,FEM} = \pm 0,89 \text{ m}$, siehe Bild 2.18

Inc: 129
Time: 5.533e-01



Equivalent Von Mises Stress

Bild 2.18: GMNIA-FE-Analyse: plastisches Querschnittsversagen im Bereich
 $x_{d,FEM} = \pm 0,89 \text{ m}$

Die Zahlenwerte der Endergebnisse sowie der wichtigsten Zwischenschritte sind in Tabelle 2.2 zusammengefasst. Alle sich aus der genauen Analyse ergebenden Eingangs- und Ergebnisfunktionen sind in Bild 2.19 graphisch dargestellt.

Tabelle 2.2: Zusammenfassung der einzelnen Berechnungsschritte und – ergebnisse des Berechnungsbeispiels „Doppelt gevoutete Stütze“

	Nachweis an der Stelle $x(\eta''_{crit,max})$	Nachweis an der Stelle $x(\alpha_{ult,k,min})$		FEM (GMNIA) mit $\eta_{init} = 24,1 \text{ mm}$
		KSL	modifizierte KSL	
$x = x_d$	0.855 m	0 m	0 m	0.890 m
$N_{Ed}(x)$	341.4 kN	353.2 kN	353.2 kN	341.4 kN
$N_{Rk}(x)$	946.1 kN	705.0 kN	705.0 kN	946.1 kN
$\alpha_{ult,k}$	2.771	1.996	1.996	-
α_{crit}	1.662	1.662	1.662	-
$\bar{\lambda}$	1.291	1.096	1.096	-
f	-	-	0.720	-
$\chi (\alpha = 0.49)$	0.392	0.486	0.545	-
α_{Ed}	1.088	0.971	1.088	1.107

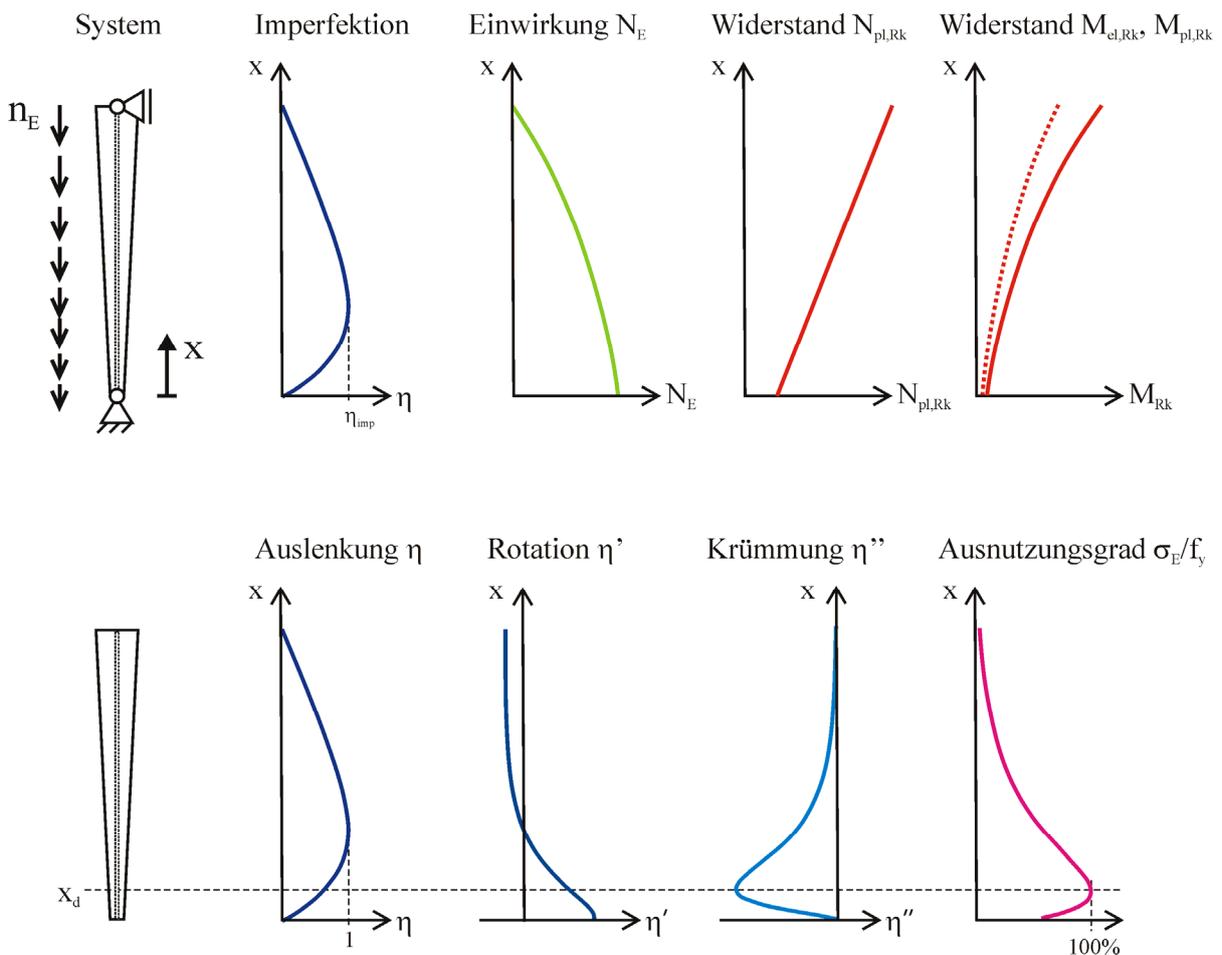


Bild 2.19: Doppelt gevoutete Stütze unter veränderlicher Normalkraft

2.3 Herleitung des Biegedrillknicknachweises

2.3.1 Übertragung des Referenzmodells von Maquoi-Rondal

Das dem Grundmodell für Biegeknicken in Bild 2.1 entsprechende Modell für Biegedrillknicken entspricht einem Träger mit beidseitiger Gabelagerung und über der Länge konstanter Momentenbeanspruchung nach Bild 2.20, [11] [12].

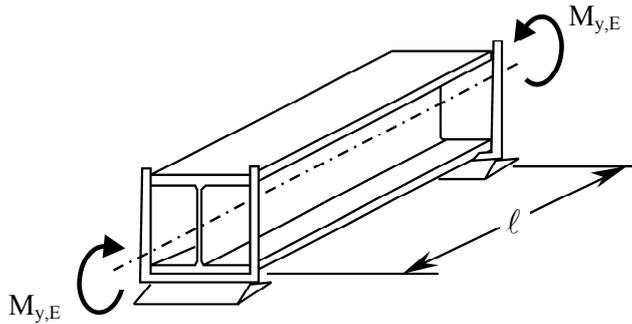


Bild 2.20: Grundmodell für Biegedrillknicken eines Trägers mit I-Profil

Für diesen Fall gilt ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem für die Verschiebung η und die Verdrehung φ aus der Hauptbelastungsebene, vgl. Bild 2.21.

Sinus-Ansätze für η_{crit} and φ_{crit} führen zu dem Biegedrillknick-Eigenwert

$$M_{y,crit} = \frac{\pi^2 EI_z}{\ell^2} \cdot \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot \sqrt{1 + \frac{GI_t \ell^2}{EI_w \pi^2}}, \quad (2.49)$$

in dem man das kritische Moment $M_{y,crit}$ für seitliches Knicken des oberen Flansches $N_{z,crit,Fl,o}$

$$M_{y,crit,Fl,o} = \frac{\pi^2 EI_z}{2 \cdot \ell^2} \cdot 2 \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} = N_{z,crit,Fl,o} \cdot h \quad (2.50)$$

bei Vernachlässigung St. Venant'scher Torsionssteifigkeit und die Vergrößerung dieses Momentes durch den Faktor

$$\varepsilon_{It} = \sqrt{1 + \frac{GI_t \ell^2}{EI_w \pi^2}} \geq 1 \quad (2.51)$$

infolge der St. Venant'schen Torsionssteifigkeit erkennen kann.

Die Biegedrillknickeigenform des Querschnitts ist durch die Verhältnisse der Verformungen

$$\begin{aligned}\varphi_{crit} &= \sin \frac{\pi x}{\ell} \\ \eta_{crit} &= \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot \varepsilon_{It} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell}\end{aligned}\quad (2.52)$$

gekennzeichnet, die folgende Verschiebungen der Flansche ergeben:

$$\begin{aligned}\eta_{crit,Fl} &= \eta_{crit} \pm \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot \varphi_{crit} \\ &= \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot (\varepsilon_{It} \pm 1) \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell}\end{aligned}\quad (2.53)$$

Mit

$$\eta''_{crit,max,Fl} = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot (\varepsilon_{It} + 1)\quad (2.54)$$

folgen die Imperfektionen der Flansche nach Gleichung (2.24)

$$\begin{aligned}\eta_{init,Fl} &= e_0 \frac{\frac{\pi^2 EI_{Fl}}{\ell^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot (\varepsilon_{It} \pm 1)}{\frac{\pi^2 EI_{Fl}}{\ell^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot (\varepsilon_{It} + 1)} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell} \\ &= e_0 \frac{\varepsilon_{It} \pm 1}{\varepsilon_{It} + 1} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell}\end{aligned}\quad (2.55)$$

Daraus ergibt sich eine Imperfektion für den Obergurt von

$$\eta_{init,Fl,o} = e_0 \sin \frac{\pi x}{\ell},\quad (2.56)$$

welche identisch ist mit der Imperfektion des Druckstabes nach Bild 2.1, und für den Untergurt

$$\eta_{init,Fl,u} = e_0 \frac{\varepsilon_{It} - 1}{\varepsilon_{It} + 1} \sin \frac{\pi x}{\ell}\quad (2.57)$$

also ein Wert, der bei Vernachlässigung der St. Venant'schen Torsionssteifigkeit ($\varepsilon_{It} \rightarrow 1$) verschwindet und bei großem Torsionssteifigkeitseinfluss den gleichen Wert wie der obere Flansch annimmt.

Die auf die Biegedrillknickeigenform des Gesamtquerschnitts zurückgerechneten Imperfektionen lauten:

$$\varphi_{init} = e_0 \frac{1}{\sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot \varepsilon_{It}} \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

$$\eta_{init} = e_0 \frac{\varepsilon_{It}}{\varepsilon_{It} + 1} \sin \frac{\pi x}{\ell}$$
(2.58)

Indem diese Ansätze zur Ermittlung der elastischen Verformungen φ_{el} und η_{el} in die Differentialgleichungen eingesetzt werden

$$\begin{bmatrix} EI_z & 0 \\ 0 & EI_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{el}'''' \\ \varphi_{el}'''' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & M_{y,E} \\ M_{y,E} & GI_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{el}'' \\ \varphi_{el}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & M_{y,E} \\ M_{y,E} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{init}'' \\ \varphi_{init}'' \end{bmatrix}$$
(2.59)

erhält man

$$\eta_{el} = e_0 \frac{\frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}}}{1 - \frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}}} \cdot \frac{\varepsilon_{It}}{\varepsilon_{It} + 1} \sin \frac{\pi x}{\ell}$$
(2.60)

$$\varphi_{el} = e_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{I_w}{I_z}}} \frac{\frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}}}{1 - \frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}}} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{It} + 1} \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

woraus die elastische Krümmung des oberen Flansches

$$\eta_{el,Fl,o}'' = \eta_{el}'' + \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot \varphi_{el}'' = e_0 \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2 \frac{\frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}}}{1 - \frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}}} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell}$$
(2.61)

abgeleitet werden kann. Das Biegemoment im oberen Flansch lautet dann:

$$M_{E,Fl,o}^{II} = EI_{Fl,o} \cdot \eta_{el,Fl,o}'' = \underbrace{\frac{EI_{Fl,o} \pi^2}{\ell^2}}_{N_{crit,Fl,o}} \cdot e_0 \frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}}} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell}$$
(2.62)

wobei $EI_{Fl,o} = E \cdot \frac{t b^3}{12}$ gilt.

Dieses Biegemoment kann man auch einfacher als mit Gleichung (2.59) erreichen, indem im Sinne der Gleichung (2.27) und (2.28):

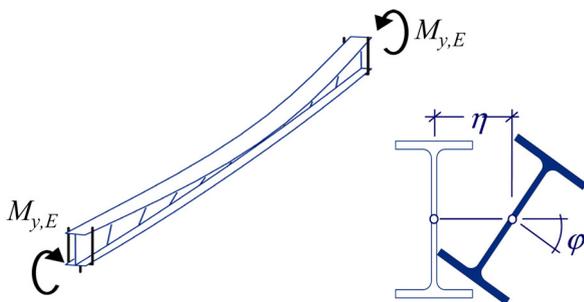
$$M_{E,Fl,o}^{II} = \underbrace{\frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}} EI_{Fl,o} \cdot \eta_{init,Fl}'''}_{\substack{\alpha_E \\ \alpha_{crit} \\ \text{Moment nach Theorie 1. Ordnung}}} \cdot \underbrace{\frac{1}{1 - \frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}}}}_{\substack{1 \\ 1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}} \\ \text{Moment nach Theorie 2. Ordnung}}} \quad (2.63)$$

$$= \frac{\pi^2 EI_{Fl,o}}{\ell^2} \cdot e_0 \cdot \frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{M_{y,E}}{M_{y,crit}}} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

gesetzt wird. Bild 2.21 fasst die Ableitung der Gleichung (2.62) und (2.63) zusammen. Die weitere Ableitung für den Nachweis des gedrückten oberen Flansches erfolgt nach Bild 2.22 in gleicher Weise wie für den Knickstab nach Bild 2.1 und Bild 2.2, indem für die Ausnutzung des oberen Flansches aus der Belastung in Hauptebene des Trägers

$$\frac{N_{E,Fl}}{N_{R,Fl}} = \frac{M_{y,E}}{M_{y,R}} \quad (2.64)$$

gesetzt wird.



DGL

$$\begin{aligned} EI_z \eta'''' & & -M_y \varphi'' & = 0 \\ EI_w \varphi'''' - M_y \eta'' & & +GI_t \varphi'' & = 0 \end{aligned}$$

Lösung

$$\begin{aligned} M_{y,cr} &= \frac{EI_z \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \sqrt{1 + \frac{GI_t l^2}{EI_w \pi^2}} \\ &= N_{z,cr} \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot \varepsilon_{It} \\ \varphi_{cr} &= \sin \frac{\pi x}{l}; \quad \eta_{cr} = \sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot \varepsilon_{It} \sin \frac{\pi x}{l} \end{aligned}$$

Imperfektion (EN 1993-1-1, 5.3.2)

$$\begin{aligned} \varphi_{init} &= e_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{I_w}{I_z}} \cdot \varepsilon_{It}} \cdot \sin \frac{\pi x}{l}; \\ \eta_{init} &= e_0 \cdot \frac{\varepsilon_{It}}{\varepsilon_{It} + 1} \cdot \sin \frac{\pi x}{l} \end{aligned}$$

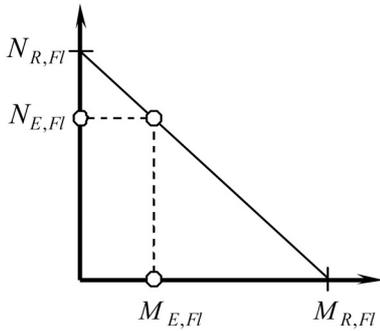
Gurtimperfektionen

$$\begin{aligned} \eta_{init,Fl,o} &= e_0 \sin \frac{\pi x}{l} \\ \eta_{init,Fl,u} &= e_0 \cdot \frac{\varepsilon_{It} - 1}{\varepsilon_{It} + 1} \cdot \sin \frac{\pi x}{l} \end{aligned}$$

Biegemoment im Obergurt

$$M_{z,E,Fl}^{II} = N_{z,cr,Fl} e_0 \frac{M_{y,E}}{M_{y,cr}} \frac{1}{1 - \frac{M_{y,E}}{M_{y,cr}}}$$

Bild 2.21: Biegedrillknickproblem und Imperfektion



Querschnittstragfähigkeit

$$\frac{N_{E,Fl}}{N_{R,Fl}} + \frac{M_{z,E,Fl}^{II}}{M_{z,R,Fl}} = 1$$

Nachweis

$$\frac{M_{y,E}}{M_{y,R}} + \frac{N_{z,cr,Fl} \cdot e_0}{M_{z,R,Fl}} \cdot \frac{M_{y,E}}{M_{y,cr}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{M_{y,E}}{M_{y,cr}}} = 1$$

Definitionen

$$\frac{M_{y,E}}{M_{y,R}} = \chi_{LT}; \quad \frac{M_{y,R}}{M_{y,cr}} = \bar{\lambda}_{LT}^2; \quad \frac{N_{R,Fl}}{N_{z,cr,Fl}} = \bar{\lambda}_{Fl}^2$$

Grundgleichung

$$\chi_{LT} + \chi_{LT} \frac{\bar{\lambda}_{LT}^2}{\bar{\lambda}_{Fl}^2} \frac{N_{R,Fl}}{M_{z,R,Fl}} e_0 \frac{1}{1 - \chi_{LT} \bar{\lambda}_{LT}^2} = 1$$

e₀-Ansatz

$$e_0 = \frac{M_{z,R,Fl}}{N_{R,Fl}} \alpha (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2)$$

χ_{LT}-Gleichung

$$\chi_{LT} + \chi_{LT} \frac{\bar{\lambda}_{LT}^2}{\bar{\lambda}_{Fl}^2} \cdot \alpha (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) \frac{1}{1 - \chi_{LT} \bar{\lambda}_{LT}^2} = 1$$

Lösung

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + \alpha^* (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$$

$$\alpha^* = \frac{\bar{\lambda}_{LT}^2}{\bar{\lambda}_{Fl}^2} \cdot \alpha = \frac{1}{\varepsilon_{It}} \cdot \alpha$$

Bild 2.22: Herleitung des Abminderungsbeiwertes für Biegedrillknicken χ_{LT}

Das Ergebnis ist die Europäische Standardisierte Biegedrillknickkurve $\chi_{LT}(\bar{\lambda})$, die sich von der Europäischen Biegeknickkurve $\chi(\bar{\lambda})$ dadurch unterscheidet, dass der Imperfektionsfaktor α^* gegenüber α durch den Einfluss der Torsionssteifigkeit abhängig vom Verhältnis der Schlankheit des Trägers $\bar{\lambda}_{LT}^2$ gegenüber der Schlankheit des oberen Flansches $\bar{\lambda}_{Fl}^2$ modifiziert wird, [13]. Das führt zu

$$\alpha^* = \frac{\bar{\lambda}_{LT}^2}{\bar{\lambda}_{Fl}^2} \alpha = \frac{\alpha}{\varepsilon_{It}} \quad (2.65)$$

Diese Modifizierung äußert sich in einer um so stärkeren Annäherung an die Eulerkurve, siehe Bild 2.23, je gedrungener der Querschnitt und je größer die Schlankheit ist (Vergrößerung von ε_{It} nach Gleichung (2.51)). Die Anwendung der Europäischen Biegeknickkurve liegt gegenüber der Biegedrillknickkurve wieder auf der sicheren Seite.

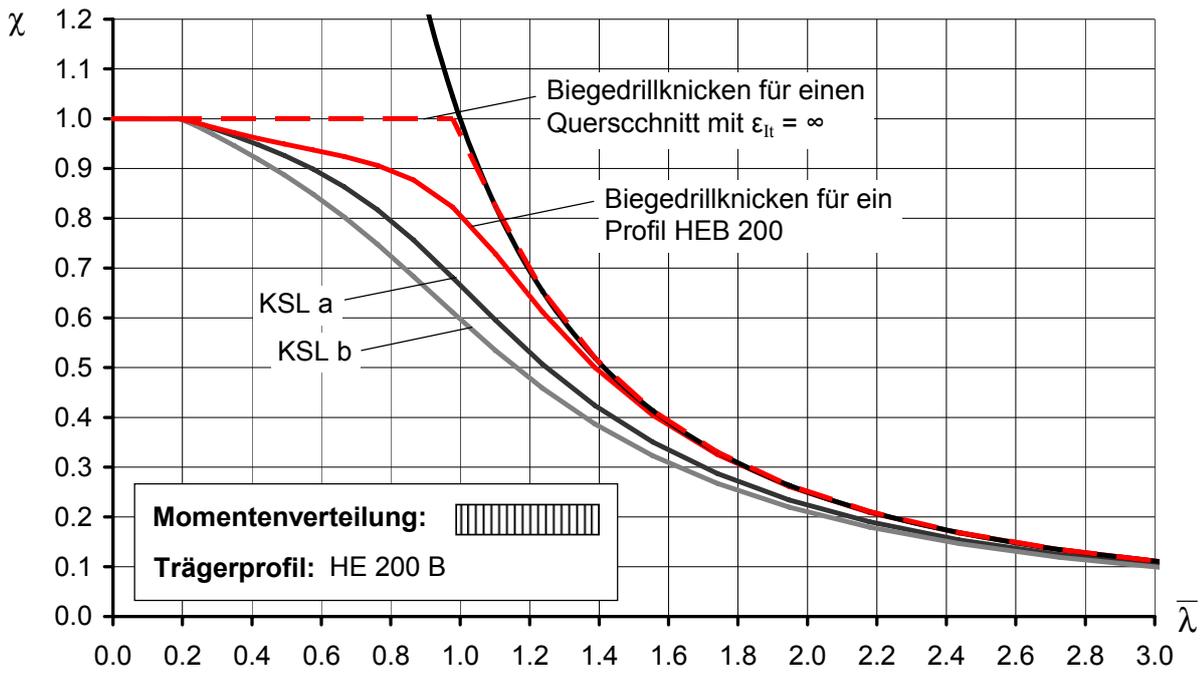


Bild 2.23: Vergleich der Biegedrillknickkurve für einen HEB 200-Träger unter reiner Biegebeanspruchung mit den Knickkurven *a* und *b*

2.3.2 Versuchsauswertungen

Bild 2.24 zeigt einen Vergleich der Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve mit Versuchsergebnissen aus [14] an Trägern mit gewalztem H200x100x5,5x8 Profil unter konstantem Biegemoment M_y .

Eine statistische Auswertung nach EN 1990, Anhang D der Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve für alle im Hintergrundbericht [14] angegebenen Versuche an geschweißten und gewalzten Trägern ist in Kapitel 4.1 zusammengefasst.

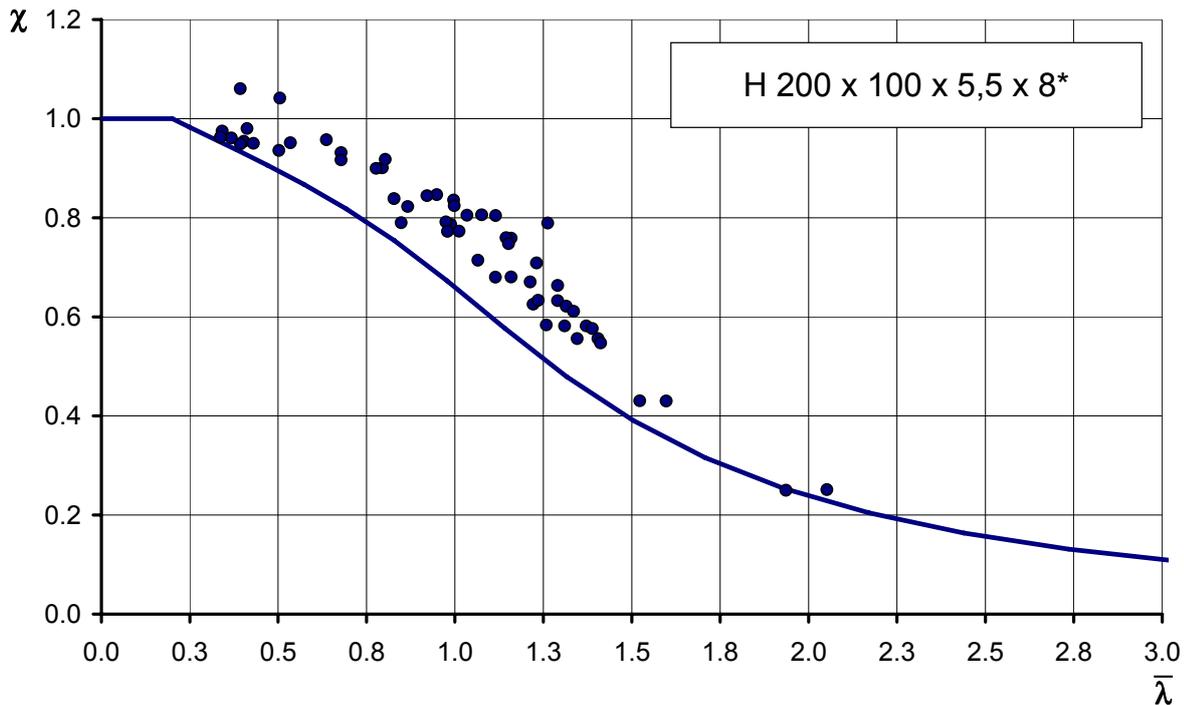


Bild 2.24: Gegenüberstellung von Versuchsergebnisse mit der Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurven

2.4 Verallgemeinerung des Biegedrillknicknachweises

2.4.1 Definition des allgemeinen Belastungsfalls

Für den allgemeinen Belastungsfall für Biegedrillknicken gilt folgendes:

1. Belastung in der Haupttragebene:

Die Belastung E_d in der Haupttragebene kann durch beliebig verteilte äußere Belastungen in Längs- und Querrichtung des betrachteten Stabes oder Stabzuges gekennzeichnet sein. Die Wirkung dieser Belastung auf den für die Tragfähigkeit als maßgebend betrachteten Druckbeanspruchten Trägerflansch wird durch die Flanschlängskraft $N_{Ed}(x)$ erfasst, die über der Trägerlänge veränderlich ist und unter Berücksichtigung der Verformungen in der Hauptebene ermittelt wird. Die Ausnutzung des Trägerflansches über die Trägerlänge wird durch

$$\frac{\alpha_E \cdot N_{E,Fl}(x)}{N_{R,Fl}(x)} = \frac{\alpha_E \cdot N_{E,Fl}(x)}{\alpha_{ult,k}(x) \cdot N_{E,Fl}(x)} = \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k}(x)} \quad (2.66)$$

ermittelt.

2. Belastung aus der Haupttragebene:

Die Belastung aus der Haupttragebene wird durch die geometrische Ersatzimperfektionen $\eta_{init}(x)$ und $\varphi_{init}(x)$ erzeugt, die proportional zur Biegedrillknickeigenform mit $\eta_{crit}(x)$ und $\varphi_{crit}(x)$ sind. Die Belastung des für die Tragfähigkeit als maßgebend betrachteten druckbeanspruchten oberen Trägerflansches besteht in dem Flanscmoment (siehe Gleichung (2.63)):

$$M_{E,Fl,o}(x) = \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}} EI_{Fl,o} \cdot \eta_{init,Fl,o}'' \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} \quad (2.67)$$

Dabei ist α_{crit} der numerisch für den Biegedrillknickfall ermittelte Eigenwert, der zu

$$N_{crit}(x) = \alpha_{crit} \cdot N_E(x) \quad (2.68)$$

führt, und $\eta_{init,Fl,o}''$ ist die imperfektionsbedingte Krümmung des oberen Flansches, die mit den ebenfalls numerisch ermittelten Eigenfunktionen η_{crit}'' und φ_{crit}'' ermittelt werden muss.

Diese Ergebnisse η_{crit} und φ_{crit} erfüllen die gekoppelten Differentialgleichungen an jeder Stelle x und die Randbedingungen, die anders als im Fall von Bild 2.20 voneinander unabhängig oder z.B. wie im Fall von Punktlagerun-

gen miteinander gekoppelt sein können. Dadurch haben die Eigenfunktionen φ_{crit} und η_{crit} im Allgemeinen anders als bei dem Fall in Bild 2.21 unterschiedliche Verläufe längs der x-Achse.

Im Folgenden wird die allgemeine Nachweisgleichung für den biegedrillknickbelasteten Träger in zwei Stufen abgeleitet:

1. bei Vernachlässigung der St. Venant'schen Torsionssteifigkeit,
2. bei Berücksichtigung der St. Venant'schen Torsionssteifigkeit.

2.4.2 Grundgleichung bei Vernachlässigung der Torsionssteifigkeit

Die Differentialgleichungen für den allgemeinen Belastungsfall des Biegedrillknickens ohne St. Venant'sche Torsionssteifigkeit lautet:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} EI_z & 0 \\ 0 & EI_w \end{bmatrix}}_{R_k^*} \underbrace{\begin{bmatrix} \eta^{*////} \\ \varphi^{*////} \end{bmatrix}}_{- \alpha_{crit}^*} \underbrace{\left[E_d \left(\eta^*, \varphi^*, \eta^{*/}, \varphi^{*/} \right) \right]}_{E_d^*} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

$$R_k^* - \alpha_{crit}^* \cdot E_d^* = 0$$

und die numerisch ermittelten Lösungen sind:

$$\begin{aligned} &\alpha_{crit}^* \\ &\eta_{crit}^*, \eta_{crit}^{*/}, \eta_{crit}^{*//}, \dots \\ &\varphi_{crit}^*, \varphi_{crit}^{*/}, \varphi_{crit}^{*//}, \dots \end{aligned} \quad (2.70)$$

Die Eigenform des Flansches ist

$$\eta_{crit,Fl}^* = \eta_{crit}^* + z_M \varphi_{crit}^* \quad (2.71)$$

und die bezogene Eigenverformung lautet:

$$\bar{\eta}_{crit,Fl}^* = \frac{\eta_{crit}^* + z_M \varphi_{crit}^*}{\left[\eta_{crit}^{*//} + z_M \varphi_{crit}^{*//} \right]_{x=x_d}} \quad (2.72)$$

Damit erhält man die Krümmungsimperfektion des Flansches mit

$$\eta_{init,Fl}^{*//} = e_0 \left[\frac{\alpha_{crit}^* N_{E,Fl}(x)}{EI_{Fl} \left[\eta_{crit}^{*//} + z_M \cdot \varphi_{crit}^{*//} \right]} \right]_{x=x_d} \left[\eta_{crit}^{*//}(x) + z_M \cdot \varphi_{crit}^{*//}(x) \right] \quad (2.73)$$

und schließlich das Flanschmodent

$$\begin{aligned}\alpha_E \cdot M_{E,Fl} &= \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}^*} \cdot EI_{Fl} \cdot e_0 \left[\frac{\alpha_{crit}^* N_{E,Fl}(x)}{EI_{Fl} [\eta_{crit}^{*//} + z_M \cdot \varphi_{crit}^{*//}]} \right]_{x=x_d} [\eta_{crit}^{*//}(x) + z_M \cdot \varphi_{crit}^{*//}(x)] \\ &= \alpha_E \cdot e_0 \cdot N_{E,Fl}(x) \frac{\eta_{crit}^{*//}(x) + z_M \cdot \varphi_{crit}^{*//}(x)}{[\eta_{crit}^{*//}(x) + z_M \cdot \varphi_{crit}^{*//}(x)]_{x=x_d}}\end{aligned}\quad (2.74)$$

Wird schließlich

$$e_0 = \frac{M_{R,Fl}}{N_{R,Fl}} (\bar{\lambda}_{LT}^* - 0,2) \cdot \alpha \quad (2.75)$$

gesetzt, so folgt das Flanscmoment

$$\alpha_E \cdot M_{E,Fl}^II = \alpha_E \cdot \frac{M_{R,Fl}}{N_{R,Fl}} (\bar{\lambda}_{LT}^* - 0,2) \cdot \alpha \left[\frac{N_{E,Fl}(x)}{(\eta_{crit}'' + z_M \cdot \varphi_{crit}'')} \right]_{x=x_d} [\eta_{crit}'' + z_M \cdot \varphi_{crit}''] \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}^*}} \quad (2.76)$$

In die Grenzbedingung für die Beanspruchbarkeit des Trägerflansches

$$\frac{\alpha_E \cdot N_{E,Fl}}{N_{R,Fl}} + \frac{\alpha_E \cdot M_{E,Fl}^II}{M_{R,Fl}} = 1 \quad (2.77)$$

eingesetzt erhält man:

$$\alpha_E \cdot \frac{N_{E,Fl}}{N_{R,Fl}} + \alpha_E \cdot \frac{M_{R,Fl}}{N_{R,Fl}} (\bar{\lambda}_{LT}^* - 0,2) \cdot \alpha \cdot \frac{N_{E,Fl}}{M_{R,Fl}} \cdot \frac{\eta_{crit}'' + z_M \cdot \varphi_{crit}''}{[\eta_{crit}'' + z_M \cdot \varphi_{crit}'']_{x=x_d}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}^*}} = 1 \quad (2.78)$$

Bei Beachtung von Gleichung (2.66) und Kürzen wird daraus

$$\frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k,Fl}} + \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k,Fl}} (\bar{\lambda}_{LT}^* - 0,2) \cdot \alpha \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}^*}} \cdot \frac{\eta_{crit}''(x) + z_M \cdot \varphi_{crit}''(x)}{[\eta_{crit}'' + z_M \cdot \varphi_{crit}'']_{x=x_d}} = 1 \quad (2.79)$$

d.h. wenn der Bemessungspunkt längs der Trägerachse mit dem Bezugspunkt $x = x_d$ für die Imperfektion übereinstimmt, kommt man mit der Beziehung

$$\chi = \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k,Fl,x_d}} \quad (2.80)$$

zu der Grundgleichung

$$\chi + \chi \cdot (\bar{\lambda}^* - 0,2) \cdot \alpha \cdot \frac{1}{1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^{*2}} = 1 \quad (2.81)$$

also zur Gültigkeit der Europäischen Standard-Knickkurve.

2.4.3 Grundgleichung bei Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit

Bei Berücksichtigung der St. Venant'schen Torsionssteifigkeit lautet die Differentialgleichung

$$\underbrace{\begin{bmatrix} EI_z & 0 \\ 0 & EI_w - GI_t \end{bmatrix} \frac{\varphi''}{\varphi''}} \begin{bmatrix} \eta'''' \\ \varphi'''' \end{bmatrix} - \alpha_{crit} \underbrace{[E(\eta, \varphi, \eta', \varphi')]} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

$$R_k - \alpha_{crit} \cdot E_d = 0$$

und es ergeben sich numerisch andere Lösungen

$$\begin{aligned} & \alpha_{crit} \\ & \eta_{crit}, \eta'_{crit}, \eta''_{crit}, \dots \\ & \varphi_{crit}, \varphi'_{crit}, \varphi''_{crit}, \dots \end{aligned} \quad (2.83)$$

als beim Fall ohne St. Venant'sche Torsionssteifigkeit, vgl. Gleichung (2.69).

Die weiteren Beziehungen können vom Fall ohne St. Venant'sche Torsionssteifigkeit sinngemäß übernommen werden. Jedoch lautet die Beziehung für die Flanschimperfection

$$\eta''_{init,Fl} = e_0 \left[\frac{\alpha_{crit}^* N_{E,Fl}(x)}{EI_{Fl} [\eta''_{crit} + z_M \cdot \varphi''_{crit}]} \right]_{x_d} [\eta''_{crit} + z_M \cdot \varphi''_{crit}] \quad (2.84)$$

wobei α_{crit}^* der mit Hilfe von Gleichung (2.69) ermittelte Eigenwert ist, also unter Vernachlässigung der St. Venant'schen Torsionssteifigkeit, vgl. (2.73).

Dadurch kürzen sich die Werte α_{crit} nicht wie in Gleichung (2.74) heraus, sondern es folgt für das Flanschmodent

$$M_{E,Fl} = \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}} \cdot e_0 \cdot \left[\frac{\alpha_{crit}^* \cdot N_{E,Fl}(x)}{\eta''_{crit} + z_M \cdot \varphi''_{crit}} \right]_{x=x_d} [\eta''_{crit} + z_M \cdot \varphi''_{crit}] \quad (2.85)$$

und schließlich

$$M_{E,Fl} = \alpha_E \cdot \frac{M_{R,Fl}}{N_{R,Fl}} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) \cdot \alpha \cdot \frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}} \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} \left[\frac{N_{E,Fl}(x)}{\eta''_{crit} + z_M \cdot \varphi''_{crit}} \right]_{x=x_d} [\eta''_{crit} + z_M \cdot \varphi''_{crit}] \quad (2.86)$$

Damit lautet die Nachweisgleichung für den Bemessungspunkt x_d , siehe auch [13], [15]:

$$\chi + \chi \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) \cdot \underbrace{\alpha \cdot \frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}}}_{\alpha^*} \cdot \frac{1}{1 - \chi \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2} = 1 \quad (2.87)$$

Diese Gleichung entspricht der Europäischen Biegedrillknickkurve in Bild 2.22 und kann für den Sonderfall eines linearen Endmomentenverlaufes (mit und ohne Gradient) mit Hilfe der Gleichungen (2.51) und (2.65) gelöst werden.

Somit ist die Allgemeingültigkeit der „Europäischen Standardisierten Biegeknickkurve“ und der „Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve“ nachgewiesen.

2.4.4 Berechnungsbeispiel

Um das Verfahren nach Abschnitt 2.2.3 zu veranschaulichen, wird das Vorgehen im vorliegenden Abschnitt anhand eines Beispiels demonstriert, welches dem Hintergrundbericht [16] entnommen wurde. Bei dem Berechnungsbeispiel handelt es sich um einen gabelgelagerten Einfeldträger unter veränderlicher Momenten- und konstanter Normalkraftbeanspruchung, gemäß Bild 2.25.

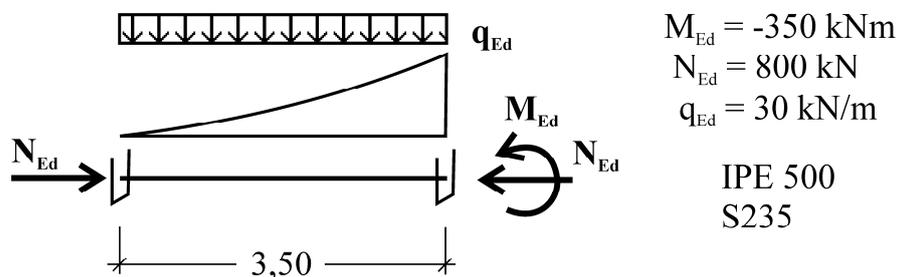


Bild 2.25: Berechnungsbeispiel 2 aus [16]: BDK eines gabelgelagerten Einfeldträgers unter veränderlicher Momenten- und konstanter Normalkraftbeanspruchung

Infolge der Normalkraftbeanspruchung ergibt sich für die Belastung in der Hauptebene ein Moment aus Theorie 2. Ordnung von

$$M_{y,Ed}^H(x) = \frac{M_{y,Ed}^I(x) \cdot (1 - q_{M,y})}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{y,crit}}} = \frac{M_{y,Ed}^I(x) \cdot 0,995}{1 - \frac{800}{81551}} = 1,005 \cdot M_{y,Ed}^I(x).$$

Voraus sich die maximale Querschnittstragfähigkeit $\alpha_{ult,k,Fl}(x)$ im Druckflansch ergibt. Mit den mit Hilfe der Computersoftware LTBeamN [17] ermittelten Verzweigungswerten

$$\alpha_{crit} = 3,1195$$

$$\alpha_{crit}^* = 2,7881$$

und den dazugehörigen Eigenformverläufen $\eta''_{crit}(x)$ und $\varphi''_{crit}(x)$ kann die maßgebende Bemessungsstelle $x = x_d$ über die Funktion $\varepsilon_{true}(x)$ des wahren Ausnutzungsgrades

$$\varepsilon_{true}(x) = \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k,Fl}(x)} + \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k,Fl}(x)} \left(\bar{\lambda}_{LT}(x_d) - 0,2 \right) \cdot \alpha \cdot \frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} \cdot \dots$$

$$\dots \cdot \frac{\eta''_{crit}(x) + z_M \cdot \varphi''_{crit}(x)}{[\eta''_{crit} + z_M \cdot \varphi''_{crit}]_{x=x_d}} \stackrel{!}{=} 1$$

iterativ bestimmte werden. Dies führt mit

$$\alpha_{E,true} = 0,978 \rightarrow \varepsilon_{true,max} = \varepsilon_{true}(x_d) = 1$$

zu der Bemessungsstelle

$$x_d = 3,098.$$

Vergleicht man nun den resultierenden Ausnutzungsgrade ε_{true} für die gegebenen Belastungssituation ($\alpha_{Ed} = 1,0$) mit den Ergebnissen nach EN 1993-1-1, so zeigt sich für das vorliegende Beispiel eine gute Übereinstimmung:

$$\varepsilon_{true} = \frac{1}{\alpha_{E,true}} = 1,013; \quad \varepsilon_{Annex A} = 1,125; \quad \varepsilon_{Annex B} = 1,006;$$

Die Verläufe für die rechnerischen und wahren Funktionen für $\eta''_{crit}(x)$, $\chi(x)$ und $\varepsilon(x)$ sind gegeben durch die Gleichungen:

$$\varepsilon_{calc}(x) = \frac{\alpha_E}{\chi_{calc}(x) \cdot \alpha_{ult,k,Fl}(x)}$$

$$\varepsilon_{true}(x) = \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k,Fl}(x)} + \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k,Fl}(x)} \left(\bar{\lambda}_{LT}(x_d) - 0,2 \right) \cdot \alpha \cdot \frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} \cdot \dots$$

$$\dots \cdot \frac{\eta''_{crit}(x) + z_M \cdot \varphi''_{crit}(x)}{[\eta''_{crit} + z_M \cdot \varphi''_{crit}]_{x=x_d}}$$

$$\chi_{calc}(x) = \frac{1}{\phi(x) + \sqrt{(\phi(x))^2 - (\bar{\lambda}_{LT}(x))^2}}$$

$$\text{mit } \phi(x) = 0,5 \cdot \left(1 + \alpha^* \cdot (\bar{\lambda}_{LT}(x) - 0,2) + (\bar{\lambda}_{LT}(x))^2 \right)$$

$$\chi_{true}(x) = \frac{\alpha_E / \alpha_{ult,k,Fl}(x)}{\varepsilon_{true}(x)}$$

Die sich für das vorliegende Berechnungsbeispiel konkret ergebenden Funktionen sind in Bild 2.26 graphisch zusammengefasst. Aus Bild 2.26 ist ersichtlich, dass an der Stelle $x = x_d$, an dem der Ausnutzungsgrad $\varepsilon_{true}(x)$ ein Maximum annimmt, die beiden Funktionen $\chi_{true}(x)$ und $\chi_{calc}(x)$ jeweils den gleichen Wert annehmen. Ist folglich die Stelle x_d aus Bemessungshilfen oder Voruntersuchungen bekannt, so kann der exakte Wert der Tragfähigkeit direkt mit Hilfe der „Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve“ ermittelt werden.

Voraussetzung für die in Bild 2.26 dargestellten, wahren Funktionsverläufe ist eine Normierung des Krümmungsverlaufes des maßgebenden Druckflansches auf den Wert der wahren Bemessungsstelle x_d . Eine näherungsweise Normierung des Krümmungsverlaufes $\eta''_{crit}(x)$ auf den Wert $\eta''_{crit,max}$, führt zu einer falschen Bemessungsstelle „ x_d “ und somit zu einer konservativen Abschätzung der rechnerischen Bemessungsgrößen $\chi_{calc}(x)$ und $\varepsilon_{calc}(x)$, siehe Bild 2.27.

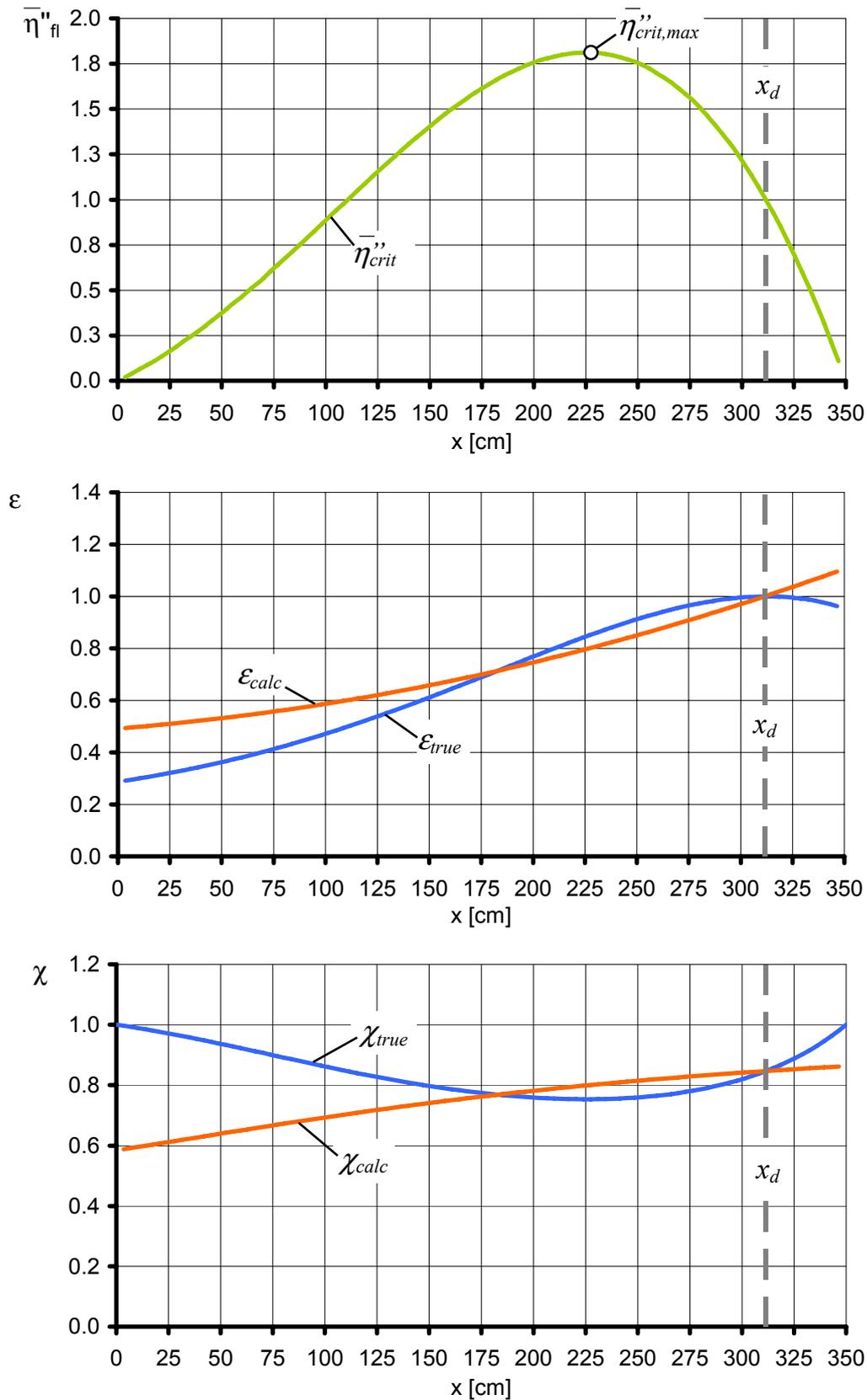


Bild 2.26: Funktionen für $\bar{\eta}''_{crit}(x)$, $\chi(x)$ und $\varepsilon(x)$ bei Normierung des Krümmungsverlaufes $\eta''_{crit}(x)$ auf $\eta''_{crit}(x_d)$

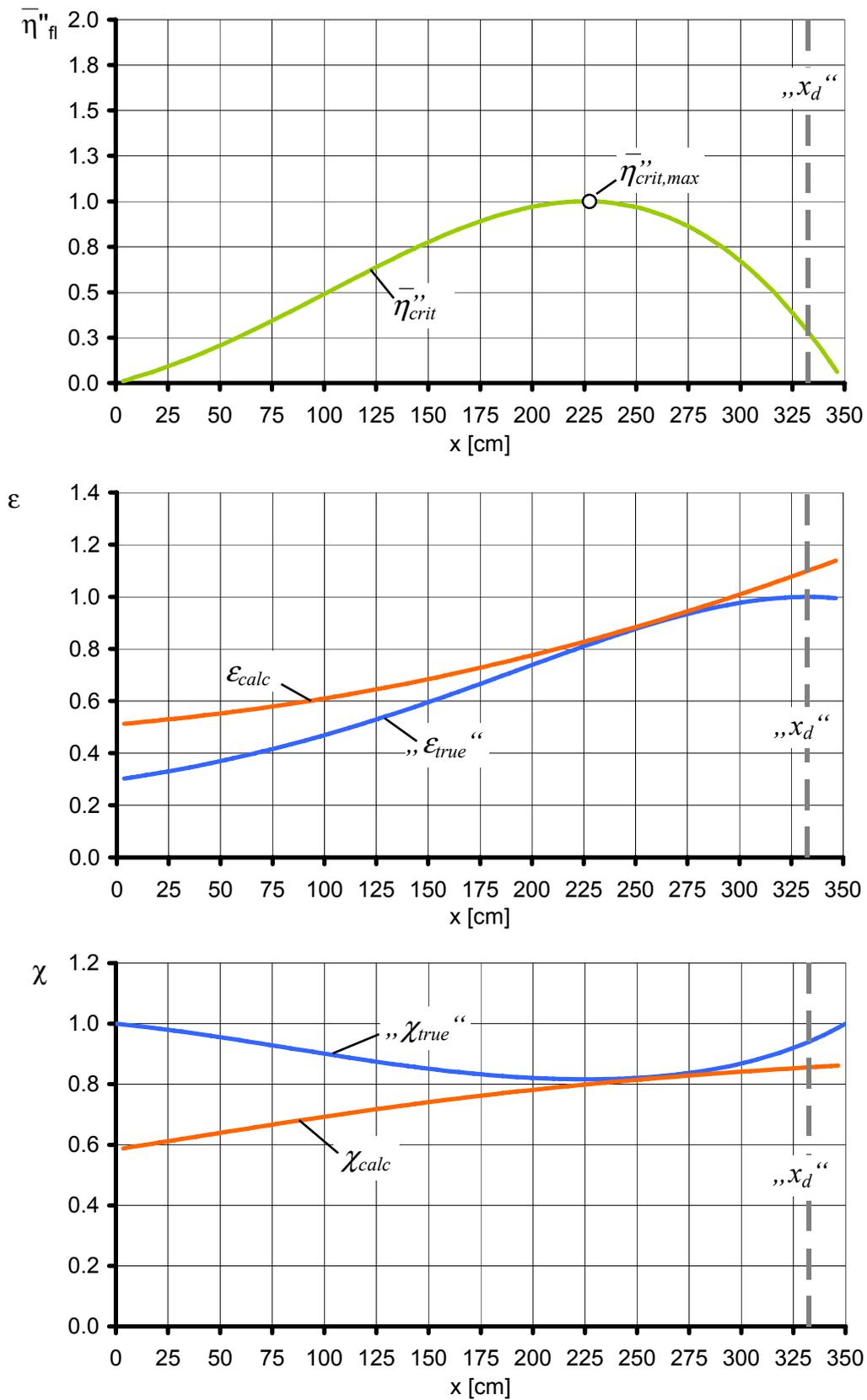


Bild 2.27: Funktionen für $\bar{\eta}''_{crit}(x)$, $\chi(x)$ und $\epsilon(x)$ bei Normierung des Krümmungsverlaufes $\eta''_{crit}(x)$ auf $\eta''_{crit,max}$

2.5 Schlussfolgerung für die Empfehlung der national zu bestimmten Parameter in EN 1993-1-1

2.5.1 Allgemeines

Die aus den vorherigen Kapiteln gewonnen Erkenntnisse führen für die Regelungen in EN 1993-1-1 zu den folgenden Schlussfolgerungen.

2.5.2 Verfahren nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.1

Das Verfahren in EN 1993-1-1, Abs. 6.3.1 (Stabilitätsnachweise für gleichförmige Bauteile mit planmäßig zentrischem Druck) ist das Verfahren mit Europäischen Standardisierten Knickkurven nach Kapitel 2.1 der vorliegenden Arbeit. Die Anmerkung zu Absatz (3) liefert den Hinweis auf die Anwendung der „Europäischen Standardisierten Knickkurven oder Biegedrillknickkurven“, die in Abschnitt 6.3.4 der EN 1993-1-1 allgemeingültig geregelt ist. Ein expliziter Nachweis des Stabes nach Theorie 2. Ordnung nach Abschnitt 5.3.4 (2), wie in der Anmerkung erwähnt, ist damit nicht erforderlich, da er in der Anwendung der Knickkurven und Biegedrillknickkurven bereits enthalten ist. Die standardisierten Biegeknickkurven oder Biegedrillknickkurven enthalten Imperfektionsannahmen nach Abschnitt 5.3.2 (11), Gleichung (5.9), (5.10) und (5.11), die ebenfalls auf Bauteile mit veränderlichem Querschnitt angewandt werden können.

2.5.3 Verfahren nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.2.1 und 6.3.2.2

Das Verfahren in EN 1993-1-1, Abschnitt 6.3.2.1 und 6.3.2.2 entspricht dem Verfahren mit der „Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurven“ der vorliegenden Arbeit. Die Anmerkung zu Absatz (2) „Der nationale Anhang kann die Imperfektionsbeiwerte α_{LT} festlegen“, liefert die Öffnung für die Modifikation der α_{LT} -Werte entsprechend Kapitel 2.3 dieser Arbeit. Nach Kapitel 2.3 und dem nachfolgenden Kapitel 2.7 liegen die Werte der EN 1993-1-1, Tabelle 6.3 und Tabelle 6.4 für hohe Schlankheitsbereich auf der sicheren Seite, wohingegen sie für gedrungene Profile teilweise auf der unsicheren Seite liegen. Eine Verbesserung durch

$$\alpha_{LT}^* = \alpha_{LT} \cdot \frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}}$$

ist durch den Nationalen Anhang möglich.

Die Angabe der Bemessungsstelle $x = x_d$ für verschiedene Momentenverteilungen kann der folgenden Tabelle 2.3 entnommen werden. Als Alternative kann der Faktor f zur Modifikation der Biegedrillknickkurven verwendet werden, was eine Vereinfachung der Bemessung ermöglicht.

2.5.4 Verfahren nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.2.3

Das Verfahren in EN 1993-1-1, Abschnitt 6.3.2.3 kann mit einer der folgenden Bedingungen an das Verfahren mit der „Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurven“ angepasst werden:

1. Für die Anwendung des Verfahrens nach Abschnitt 6.3.2.2 werden die folgenden Festlegungen getroffen:
 - Tabelle 6.2 statt Tabelle 6.4, unter Verwendung der Werte für Ausweichen rechtwinklig zur starken Achse (z-z)
 - $\bar{\lambda}_{LT}$ an der Bemessungsstelle $x = x_d$ nach Tabelle 2.3 der vorliegenden Arbeit.
2. Die modifizierte Biegedrillknickkurve nach Gleichung (6.57) und Gleichung (6.58) wird wie folgt angepasst:

$$- \bar{\lambda}_{LT,mod} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k,min}}{\alpha_{crit}}}$$

$$- \chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f}, \text{ jedoch } \chi_{LT,mod} \leq 1,0$$

$$- \chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$$- \phi = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha_{LT}^* \cdot \left(\sqrt{\beta} \cdot \bar{\lambda}_{LT,mod} - \bar{\lambda}_{LT,0} \right) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

$$- \beta = \frac{1}{f}$$

$$- \bar{\lambda}_{LT,0} = 0,2$$

- Entfall der Tabellen 6.5 und 6.6 und Verwendung der Werte aus Tabelle 6.2 für Ausweichen rechtwinklig zur starken Achse (z-z).

Diese zweite Empfehlung ist wie folgt begründet:

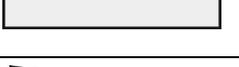
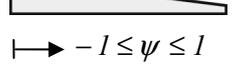
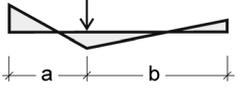
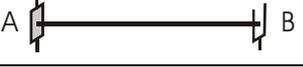
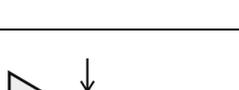
1. Die veränderte Biegedrillknickkurve in EN 1993-1-1, Abschnitt 6.3.2.3 ist nicht aus der „Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve“ abgeleitet, sondern besteht in der Anpassung an eine Biegedrillknickkurve der Form $\kappa = \left(1 + \bar{\lambda}_{LT}^5 \right)^{-\frac{1}{2,5}}$ in der DIN 18800-2 [18] durch die freien Anpassungsparameter β und f . Sie hat also kein mechanisches Hintergrundmodell.

2. Die Biegedrillknickkurve $\kappa = \left(1 + \bar{\lambda}_{LT}^5\right)^{-\frac{1}{2,5}}$ ist durch Anpassung an die Ergebnisse von FE-Berechnungen ermittelt worden. Diese FE-Berechnungen gingen von Imperfektionen aus, die nicht an Biegedrillknickformen aus einer Kombination von Verschiebung und Verdrehung, sondern nur an Verschiebungen orientiert wurden.
3. Die Amplitude der Imperfektionsannahmen der Verschiebung ist nicht konsistent mit der Amplitude der Verschiebungsimperfektionen des Knickstabes, die im Grenzfall $\frac{GI_t \cdot \ell^2}{EI_w \cdot \pi^2} \Rightarrow 0$ maßgebend würden.
4. Das Verfahren hat keine Rechtfertigung durch eine Zuverlässigkeitsauswertung nach EN 1990 – Anhang D.

2.5.5 Verfahren nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.2.4

Das Näherungsverfahren in EN 1993-1-1, Abschnitt 6.3.2.4 (1) B muss im Hinblick auf die Regelungshierarchie mit den „Europäischen Standardisierten Knick- und Biegedrillknickkurven“ für die Randbedingungen des Näherungsverfahrens überprüft werden.

Tabelle 2.3: Bemessungsstelle x_d in Abhängigkeit von der Momentenverteilung und $\bar{\lambda}_{LT,mod}$

Momentenverteilung	$\frac{x_d}{l}$	f
		
	0,5	1,0
	0,5	1,0
 $\psi = 1$	0,5	1,0
 $x \rightarrow -l \leq \psi \leq l$	$0,1 \cdot \psi^2 + 0,18 \cdot \psi + 0,22$	$0,78 + 0,04 \cdot \psi + 0,08 \cdot \psi^2 + 0,1 \cdot \psi^3$
		
	$\bar{\lambda}_{LT,mod} \leq \xi \rightarrow \frac{x_d}{l} = 0 \rightarrow \chi_{LT,mod} = 1$ $\bar{\lambda}_{LT,mod} > \xi \rightarrow \frac{x_d}{l} = 0,5$	0,5
	0,5	1,0
	$\bar{\lambda}_{LT,mod} \leq \xi \rightarrow \frac{x_d}{l} = 0 \rightarrow \chi_{LT,mod} = 1$ $\bar{\lambda}_{LT,mod} > \xi \rightarrow \frac{x_d}{l} = \alpha$	$a \leq b: 2 \cdot \alpha$ $a > b: 2 \cdot \beta$
		
	$\bar{\lambda}_{LT,mod} \leq \xi \rightarrow \frac{x_d}{l} = 0 \rightarrow \chi_{LT,mod} = 1$ $\bar{\lambda}_{LT,mod} > \xi \rightarrow \frac{x_d}{l} = 0,61$	0,562
	$\bar{\lambda}_{LT,mod} \leq \xi \rightarrow \frac{x_d}{l} = 0 \rightarrow \chi_{LT,mod} = 1$ $\bar{\lambda}_{LT,mod} > \xi \rightarrow \frac{x_d}{l} = 0,5$	0,833
	$\bar{\lambda}_{LT,mod} \leq \xi \rightarrow \frac{x_d}{l} = 0 \rightarrow \chi_{LT,mod} = 1$ $\bar{\lambda}_{LT,mod} > \xi \rightarrow \frac{x_d}{l} = \alpha$	$\frac{3-\alpha}{1-\beta^2} \cdot \alpha^2 \leq 1,0$
<p>Hinweise: Verwendete Kürzel: $\alpha = a/l$; $\beta = b/l$; $l = a + b$;</p> $\xi = \frac{\alpha_{LT} \cdot \sqrt{f}}{2 \cdot (f-1)} + \sqrt{\left(\frac{\alpha_{LT} \cdot \sqrt{f}}{2 \cdot (f-1)}\right)^2 + \frac{f \cdot (1 - 0,2 \cdot \alpha_{LT}) - 1}{f-1}}$ <p>Für alle Lagerungen A und B gilt: $\eta, \varphi =$ gehalten und $\eta', \varphi' =$ frei</p>		

2.5.6 Verfahren nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.4

Das Nachweisverfahren in EN 1993-1-1, Abschnitt 6.3.4 entspricht dem Verfahren mit Europäischen Standardisierten Knick- und Biegedrillknickkurven, die in der vorliegenden Arbeit behandelt werden. Aufgrund der Ergebnisse der Arbeit kann der Absatz 4 wie folgt modifiziert werden:

„(4) Der Abminderungsbeiwert χ_{op} darf nach einem der folgenden Verfahren ermittelt werden:

- a) aus der Knickkurve nach Abschnitt 6.3.1. Dabei ist der Wert χ_{op} für den Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{op}$ zu berechnen.
- b) aus der Biegedrillknickkurve nach 6.3.2. Dabei darf der Wert χ_{op} mit dem abgeminderten Imperfektionsbeiwert

$$\alpha^* = \alpha \cdot \frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}}$$

ermittelt werden, wobei α_{crit} der Verzweigungswert mit Wirkung der Torsionssteifigkeit und α_{crit}^* der Verzweigungswert ohne Torsionssteifigkeit ist.“

Die Gleichung (6.66) kann entfallen, da eine Interaktion zwischen Knicken und Biegedrillknicken durch das Verfahren mit der Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve, durch Verwendung des modifizierten Imperfektionsbeiwertes α^* , selbst gewährleistet ist und keiner Interaktion mehr bedarf.

2.5.7 Imperfektionsansatz nach EN 1993-1-1, Abs. 5.3.4 (3)

Abschnitt 5.3.4 (3) der EN 1993-1-1 regelt die Größe der geometrischen Ersatzimperfektion für Biegedrillknicken, die nach Abschnitt 5.3.2 (11) als Eigenverformung anzunehmen ist. Die Anmerkung zu diesem Absatz öffnet die Regel für nationale Festlegungen.

Der Wortlaut des Absatzes (3) ist:

„Bei einem Biegedrillknicknachweis von biegebeanspruchten Bauteilen nach Theorie 2. Ordnung darf die Imperfektion mit $k e_{o,d}$ angenommen werden, wobei $k e_{o,d}$ die äquivalente Vorkrümmung um die schwache Achse des betrachteten Profils ist. Im Allgemeinen braucht keine weitere Torsionsimperfektion betrachtet zu werden.“

Die Regelung zielte darauf ab, die eigentlich notwendige Definition der Imperfektion als Eigenform des Biegedrillknickens, d.h. als Mischung von Verschiebung η und Verdrehung φ , durch eine angeblich „praktisch einfacher“ zu handhabende gleichwirkende Ersatzimperfektion nur in Richtung der Verschiebung zu ersetzen. Dazu

sollte die Amplitude $k e_{o,d}$ für die Verschiebungskrümmung η''_{init} des gesamten Profils statt der Amplitude $e_{o,d}$ für die Verschiebungskrümmung des gedruckten Obergurtes angesetzt werden.

Die Ermittlung des Faktors k erfordert einen erheblichen Aufwand, da Vergleichsrechnungen mit der Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve zur Festlegung von k erforderlich sind. Die Anmerkung hat aus Zeitmangel auf Drängen von EKS-TC 8 die Empfehlung der DIN 18800-2 übernommen, nämlich $k = 0,5$, obwohl diese ganz offensichtlich zu gering ist.

Besser als die Definition einer äquivalenten Verschiebungskrümmung $k e_{o,d}$ wäre eine auf der sicheren Seite liegende Mischform aus Verschiebung und Verdrehung, die aus der Eigenformanalyse, z.B. vereinfacht mit $GI_t = 0$ ermittelt werden kann.

2.6 Leitfaden zur Anwendung des Verfahrens mit einheitlicher Grundlage bei reiner Beanspruchung in der Haupttragebene

Bei einer reinen Beanspruchung in der Haupttragebene kann das Verfahren mit einheitlicher Grundlage gemäß dem in Tabelle 2.4 beschriebenen Vorgehen angewandt werden. Hierbei kann die Bemessung in drei verschiedenen Genauigkeitsstufen erfolgen:

- Stufe I Vereinfachter Nachweis an der Stelle $\alpha_{ult,k,min}$ ohne Berücksichtigung des Einflusses der Torsionssteifigkeit des Trägerquerschnitts auf den Imperfektionsbeiwert α
- Stufe II Vereinfachter Nachweis an der Stelle $\alpha_{ult,k,min}$ unter Verwendung des Imperfektionsbeiwertes α^*
- Stufe III Genauer Nachweis an der maßgebenden Bemessungsstelle x_d mit α bzw. α^*

Ist die Bemessungsstelle x_d direkt oder in Form des Beiwertes f aus Bemessungshilfe bekannt, so kann der genaue Nachweis direkt mit Hilfe der Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve erfolgen.

Soll der Nachweis an der maßgebenden Nachweisstelle x_d durchgeführt werden und ist diese nicht bekannt, so kann die Stelle x_d mit Hilfe der Gleichung (2.38) berechnet werden, wobei eine iterative Berechnung gemäß Kapitel 3.4.2 Absatz 3. bis 5. nötig ist.

Tabelle 2.4: Ablaufdiagramm zum Vorgehen bei reiner Beanspruchung in der Haupttragebene

Eingangswerte				
Schnittgrößenverteilung in Haupttragebene ($N_{Ed}(x)$, $M_{y,Ed}(x)$) unter Berücksichtigung der Effekte aus Theorie 2. Ordnung				
Bauteilgeometrie und die sich daraus ergebenden Steifigkeiten $A(x)$, $I_{yy}(x)$, $I_{zz}(x)$, $I_w(x)$, $I_w(x)$ und Querschnittstragfähigkeiten $N_{Rd}(x)$, $M_{y,Rd}(x)$				
Berechnung				
Nachweisstelle x_d vorab nicht bekannt				
I	II	III a	III b	III c
Vereinfachter Nachweis unter Vernachlässigung der Torsionssteifigkeit	Vereinfachter Nachweis unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit	Genauer Nachweis durch Ermittlung der Stelle x_d	Genauer Nachweis unter Verwendung der Vorinformation f aus Bemessungshilfen	Genauer Nachweis unter Verwendung der Vorinformation x_d aus Bemessungshilfen
α_{crit}	$\alpha_{crit}, \alpha_{crit}^*$	$\alpha_{crit}, \alpha_{crit}^*$ $\eta_{crit}^*, \varphi_{crit}^*$	$\alpha_{crit}, \alpha_{crit}^*$	$\alpha_{crit}, \alpha_{crit}^*$
$\alpha_{LT} = \alpha$ gemäß Tabelle 6.2 [1] für Ausweichen orthog. zur z-z Achse	$\alpha_{LT} = \alpha^* = \alpha \cdot \left(\frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}} \right)$	$\alpha_{LT} = \alpha \cdot \left(\frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}} \right)$ bzw. α	$\alpha_{LT} = \alpha \cdot \left(\frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}} \right)$ bzw. α	$\alpha_{LT} = \alpha \cdot \left(\frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}} \right)$ bzw. α
$\alpha_{ult,k} = \alpha_{ult,k,min}$	$\alpha_{ult,k} = \alpha_{ult,k,min}$	$\max \varepsilon(x)$ gemäß Gl. 3.53 $\rightarrow x_d$	f	x_d
$\beta = 1$	$\beta = 1$	$\alpha_{ult,k} = \alpha_{ult,k}(x_d)$	$\alpha_{ult,k} = \alpha_{ult,k,min}$	$\alpha_{ult,k} = \alpha_{ult,k}(x_d)$
			$\beta = \frac{1}{f}$	$\beta = 1$
	$\chi_{LT} = \frac{\beta}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}}$	mit $\phi = \frac{1}{2} \left(1 + \alpha_{LT} \left(\sqrt{\beta \cdot \bar{\lambda}_{LT} - 0,2} \right) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right)$		
		$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{crit}}}$		
Nachweis				
$\alpha_{Ed} = \frac{\chi_{LT} \cdot \alpha_{ult,k}}{\gamma_M} \geq 1$				

2.7 Spiegelung der Eurocode-Regeln an dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage

Um das bisherige Vorgehen nach EN 1993-1-1 mit dem Verfahren auf einheitlicher Grundlage vergleichen zu können, werden die entsprechenden Abminderungskurven

- χ_{LT} Knicklinien für Biegedrillknicken – Allgemeiner Fall, Abschnitt 6.3.2.2 [3]
- $\chi_{LT,mod}$ Biegedrillknicklinien für I-Profile, Abschnitt 6.3.2.3 [3]
- $\chi_{LT,GM}$ „Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve“ gemäß den in Kapitel 2.5.4 Absatz 2 angegebenen Empfehlungen

im Folgenden einander gegenübergestellt.

Dabei ist eine Gegenüberstellung für jede der in Tabelle 2.3 gezeigten Momentenverteilungen auf jeweils einer Seite zusammengefasst. Da bei der „Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve“ $\chi_{LT,GM}$ die Saint Venant'sche Torsionssteifigkeit des Profils bei der Bestimmung des Imperfektionsfaktors α_{LT} berücksichtigt wird, ergibt sich ein von der Profilgeometrie abhängiger Verlauf der Abminderungskurve.

Um eine größere Überschaubarkeit zu gewährleisten, ist im Folgenden ein direkter Vergleich der drei Abminderungskurven $\chi_{LT,mod}$, $\chi_{LT,GM}$ und χ_{LT} nur für das Profil IPE 600 konkret abgebildet. Darunter befindet sich jeweils ein Diagramm mit der direkten Gegenüberstellung $\chi_{LT,GM} / \chi_{LT,mod}$ der beiden maßgebenden Biegedrillknickkurven für verschiedene Profile.

Die Ergebnisse zeigen, dass gemäß der Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve in allen Fällen in denen das Feldmoment einen Wert größer/gleich dem Randmoment annimmt, im Schlankheitsbereich $\bar{\lambda} \approx 0,2 \div 0,8$ eine höhere Abminderung zu fordern ist, als dies bei der bisherigen Regelungen nach EN 1993-1-1, Abschnitt 6.3.2.3 der Fall war. Eine Einschätzung die auch durch die bisherigen Versuchsergebnisse bestätigt wird, vgl. Abschnitt 2.3.2.

Für die übrigen Momentenverläufe, also solche bei denen das Feldmoment kleiner als das maßgebende Randmoment ist, ergibt sich ein anderes Bild. Hier ist eine deutliche Anhebung des Abminderungsbeiwertes χ und somit eine wirtschaftlichere Bemessung möglich, vgl. z.B. Bild 2.32 und Bild 2.36.

Verursacht wird diese höhere Traglast durch die Tatsache, dass in den genannten Fällen die maßgebende Bemessungsstelle x_d , bis zum Erreichen einer bestimmten Schlankheit, am Auflager liegt. Also dort wo die Krümmung $\eta''_{crit,fl}$ im Druckgurt den Wert 0 besitzt. Mit zunehmender Schlankheit nimmt die zur Eigenform η''_{crit} und ϕ''_{crit} affine Querbiegebeanspruchung in den Druckgurten zu, womit der Ausnutzungsgrad des sich im Feld befindenden Druckgurts über den des am Auflager liegenden Querschnitts gehoben wird. Die Bemessungsstelle x_d springt also beim Erreichen einer bestimmten Schlankheit $\bar{\lambda}_{LT,mod} = \xi$ (vgl. Tabelle 2.3) vom Auflager ins Feld. Erst ab dieser Schlankheit ist eine Abminderung bezogen auf den Wert $\alpha_{ult,k,min}$ erforderlich. Dieser Tatsache wird beim bisherigen Verfahren nach EN 1993-1-1 nur bedingt Rechnung getragen.

Die in den Nachweisen verwendeten und in den folgenden Diagrammen angegebenen bezogenen Schlankheiten sind mit

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{y,crit}}} \equiv \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y / M_{y,E}}{M_{y,crit} / M_{y,E}}} \equiv \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k,min}}{\alpha_{crit}}}$$

für alle drei Verfahren identisch. Alle Lasten greifen im Schubmittelpunkt des Trägerquerschnitts an.

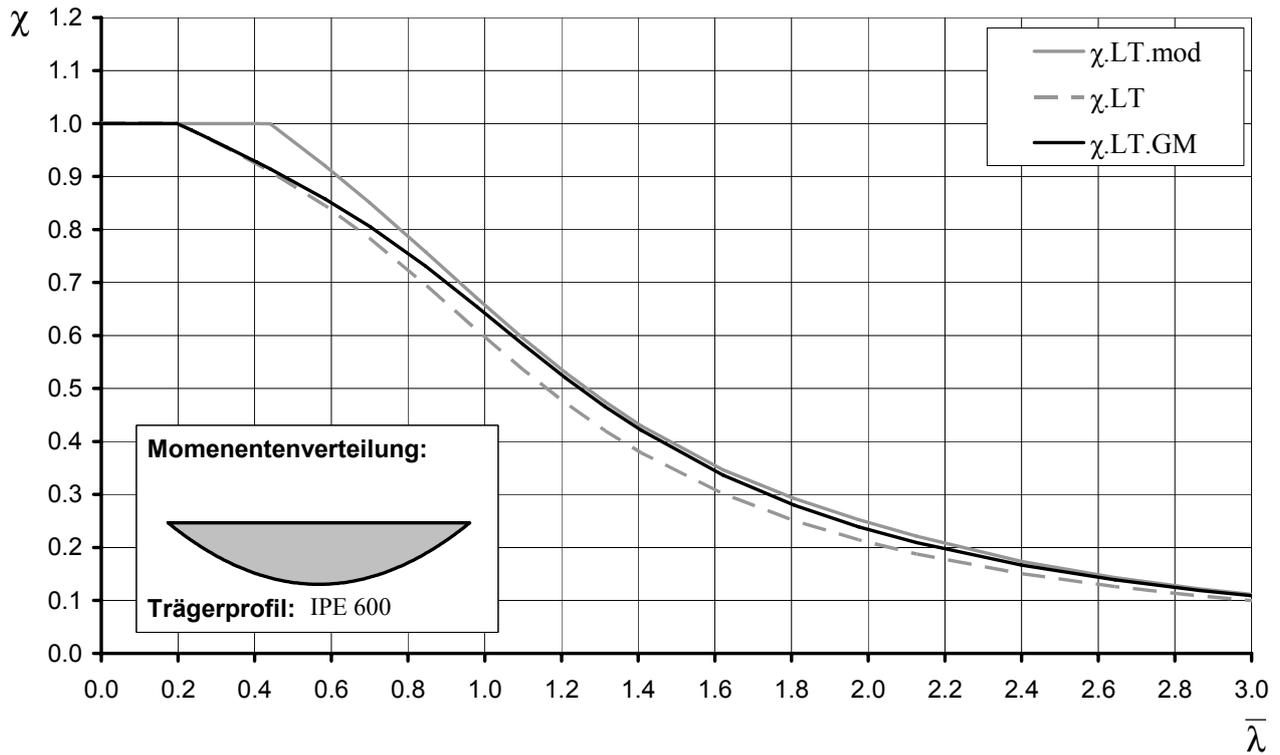


Bild 2.28: BDK-Abminderungskurven für gelenkig gelagerten Einfeldträger mit Streckenlast

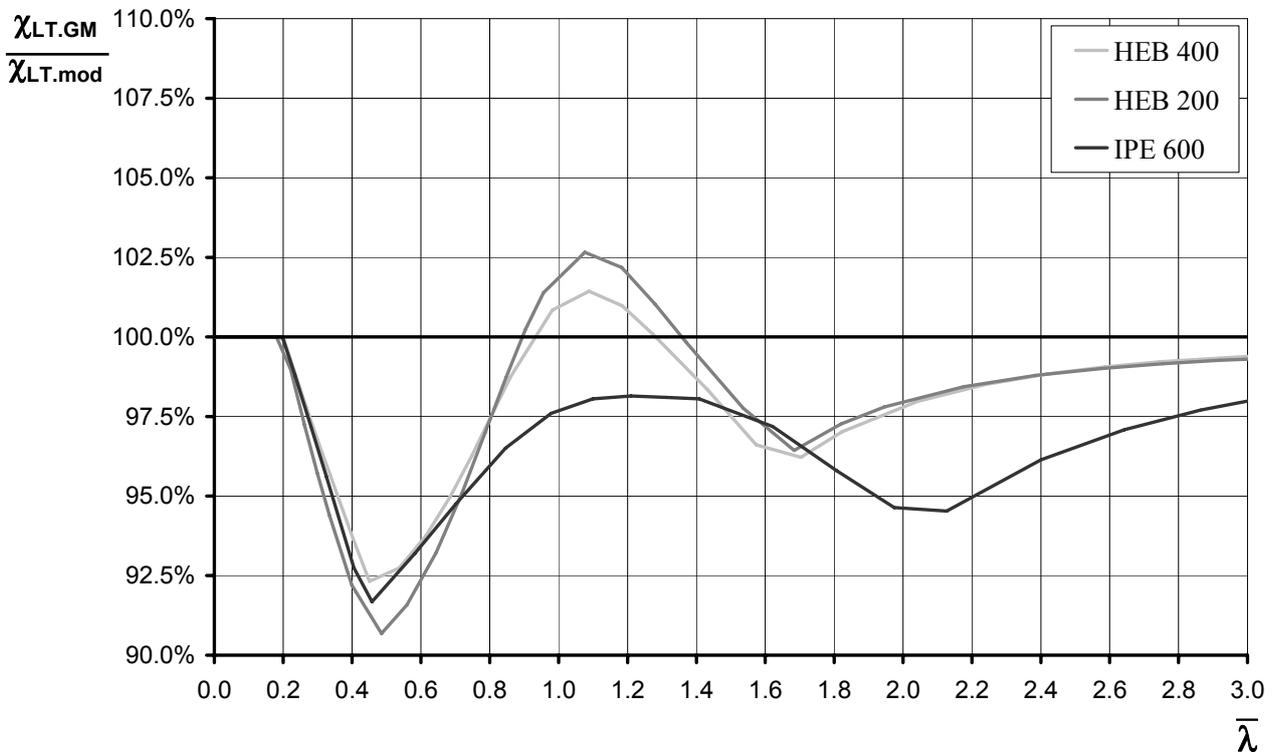


Bild 2.29: Gegenüberstellung der resultierenden Abminderungsbeiwerte χ_{LT} bei einer parabelförmige Momentenverlauf für unterschiedliche Trägerprofile

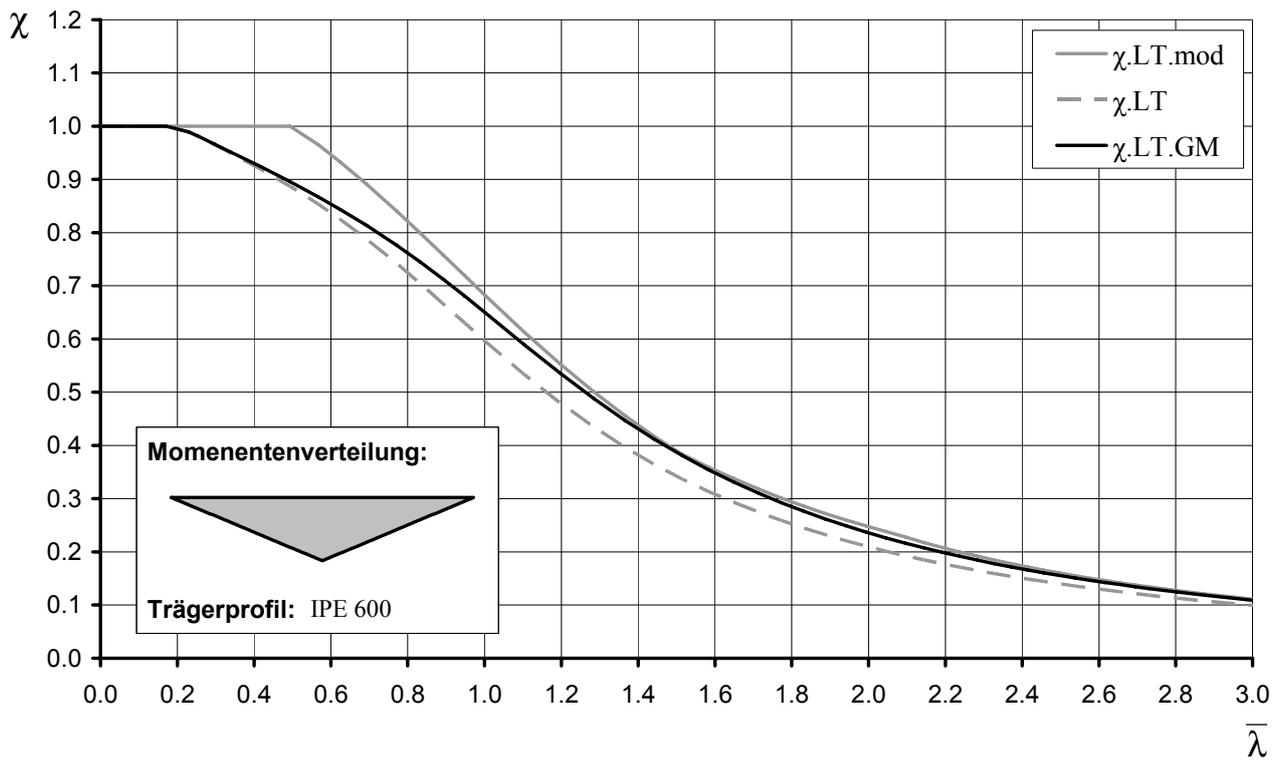


Bild 2.30: BDK-Abminderungskurven für gelenkig gelagerten Einfeldträger mit Einzellast

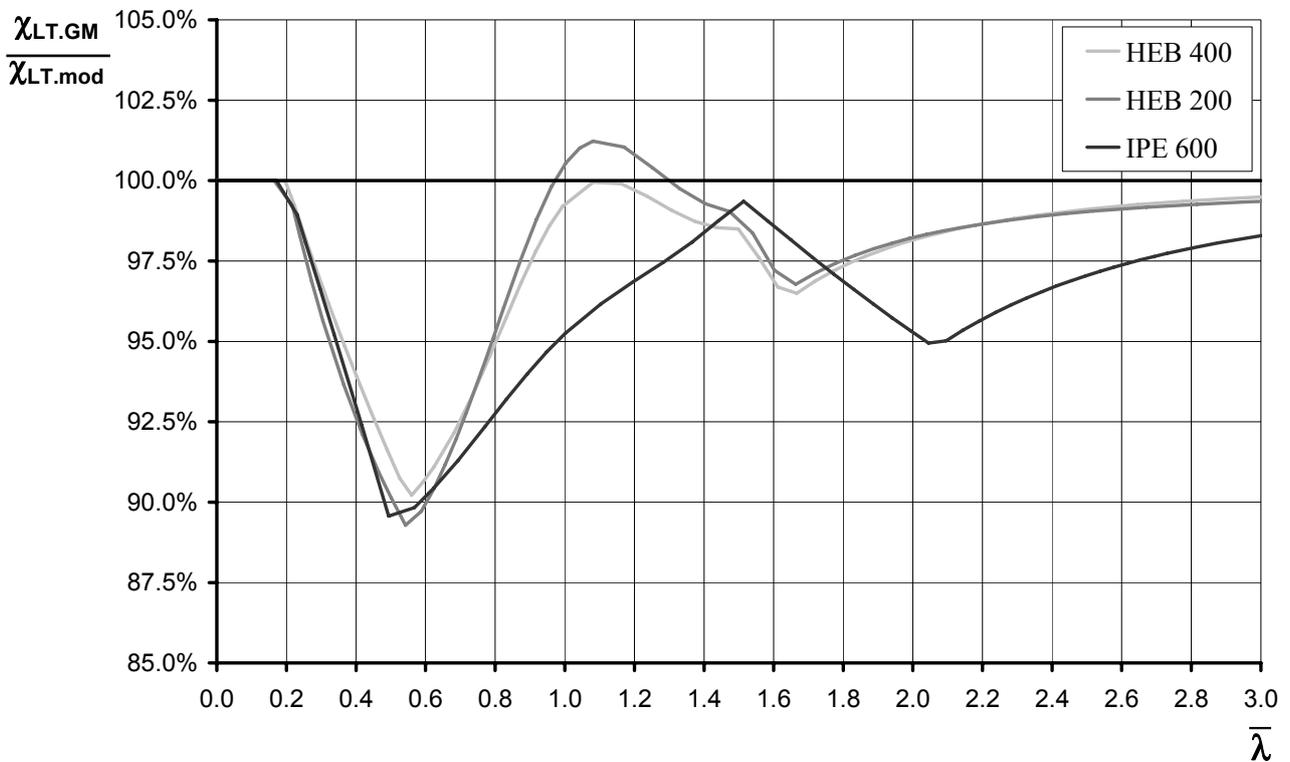


Bild 2.31: Gegenüberstellung der resultierenden Abminderungsbeiwerte χ_{LT} bei einer dreieckigen Momentenverteilung für unterschiedliche Trägerprofile

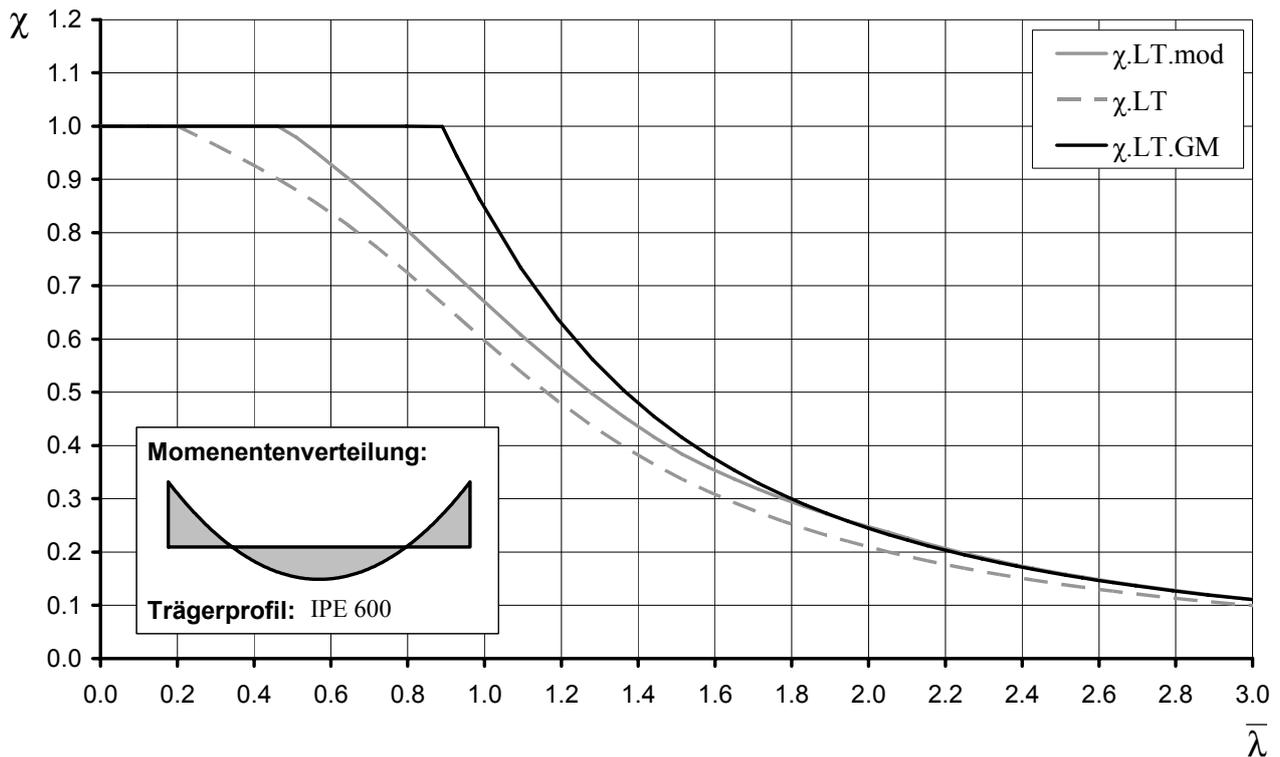


Bild 2.32: BDK-Abminderungsk. für beidseitig eingespannten Einfeldträger mit Streckenlast

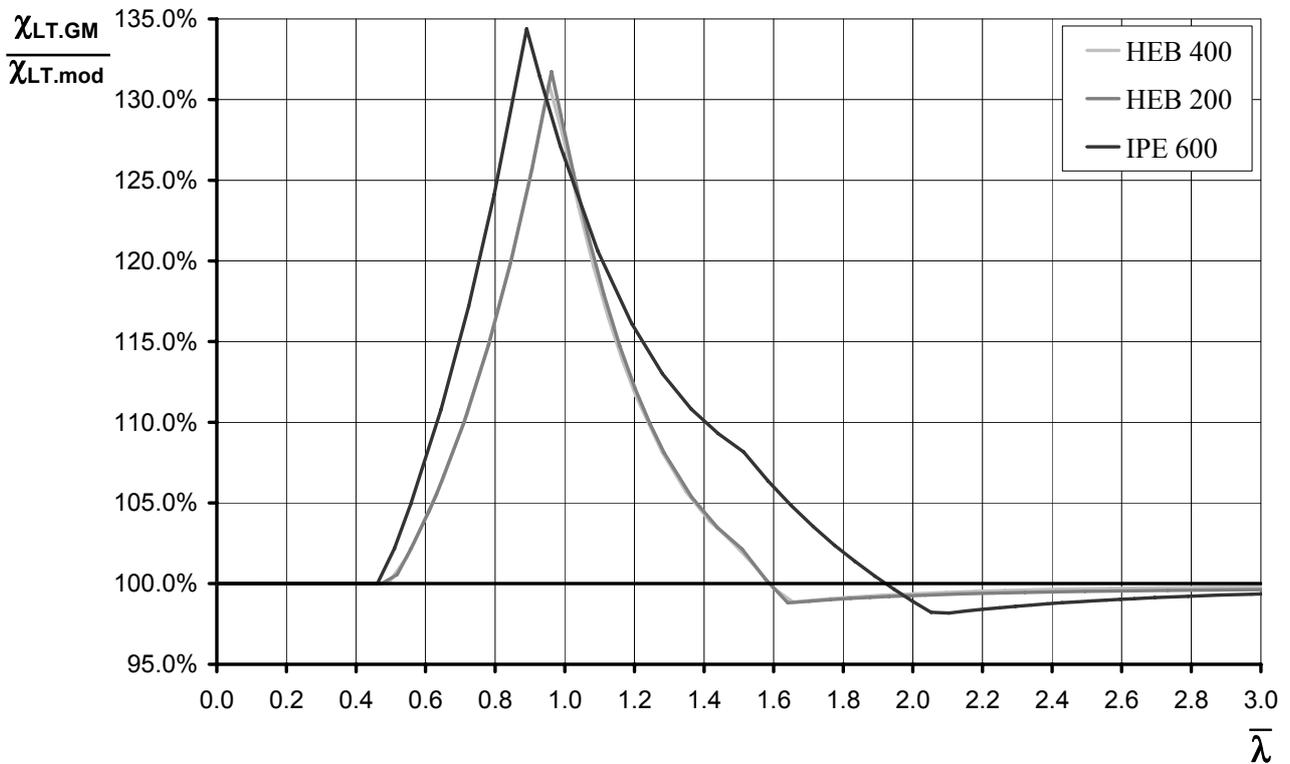


Bild 2.33: Gegenüberstellung der resultierenden Abminderungsbeiwerte χ_{LT} für einen beidseitig eingespannten Einfeldträger mit Streckenlast für unterschiedliche Trägerprofile

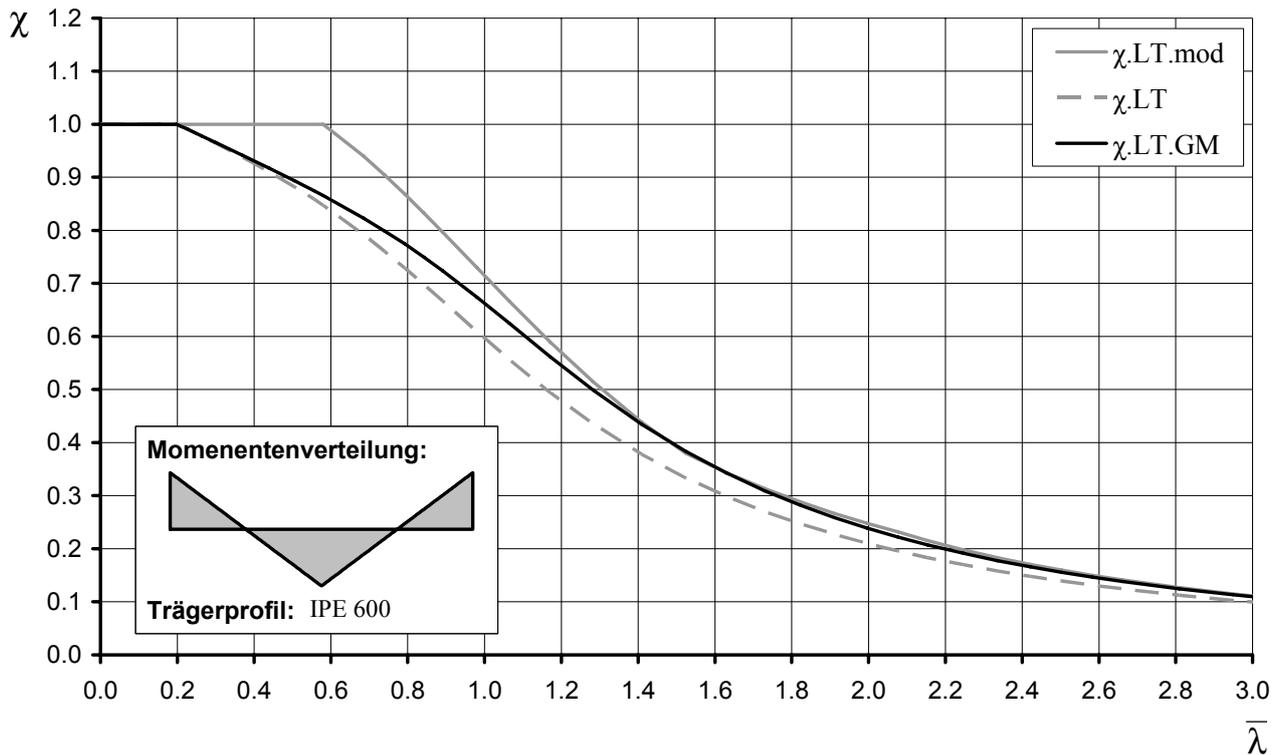


Bild 2.34: BDK-Abminderungsk. für beidseitig eingespannten Einfeldträger mit Einzellast

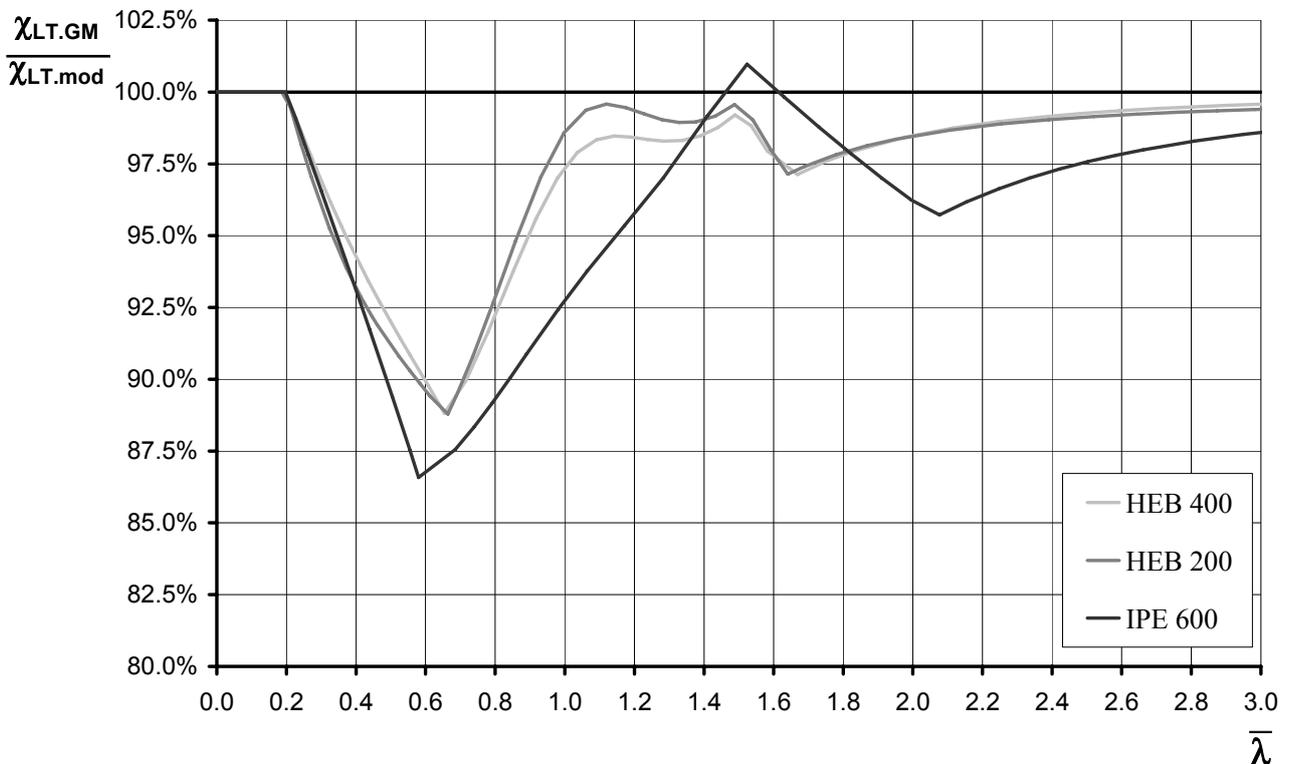


Bild 2.35: Gegenüberstellung der resultierenden Abminderungsbeiwerte χ_{LT} für einen beidseitig eingespannten Einfeldträger mit Einzellast für unterschiedliche Trägerprofile

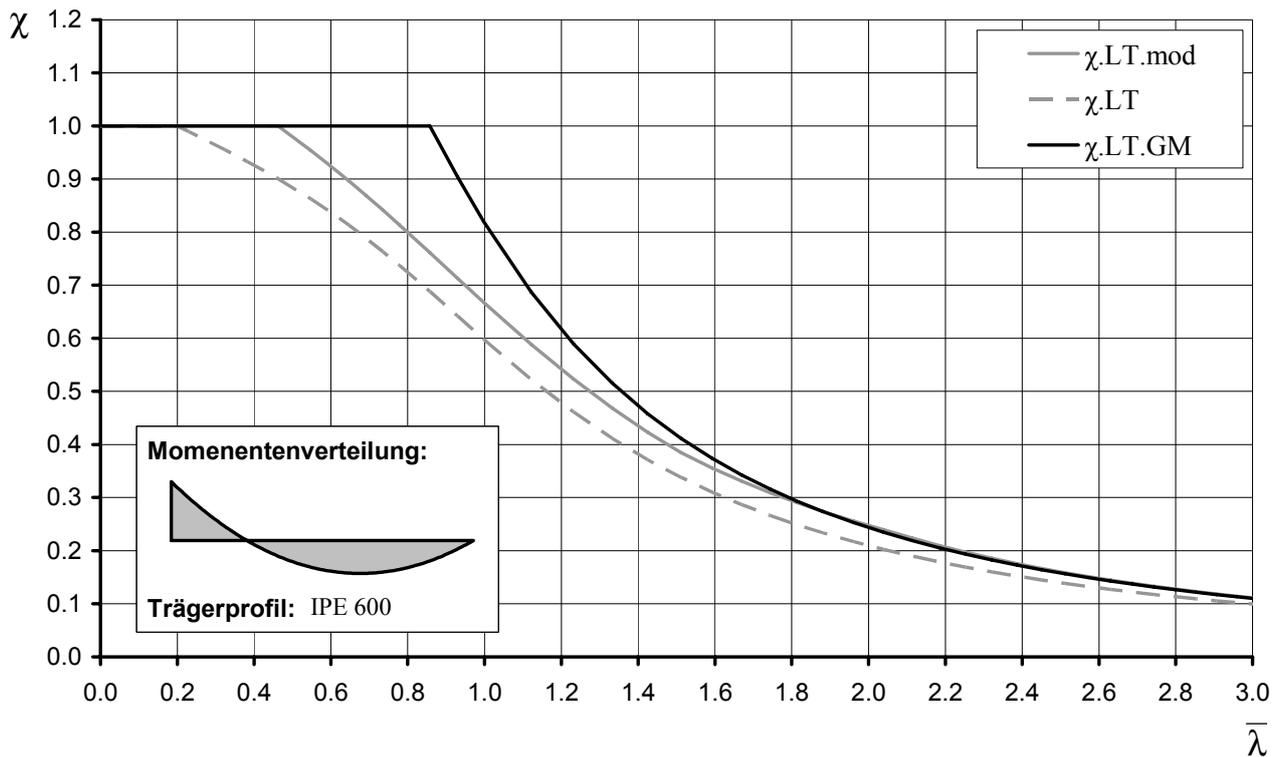


Bild 2.36: BDK-Abminderungsk. für einseitig eingespannten Einfeldträger mit Steckenlast

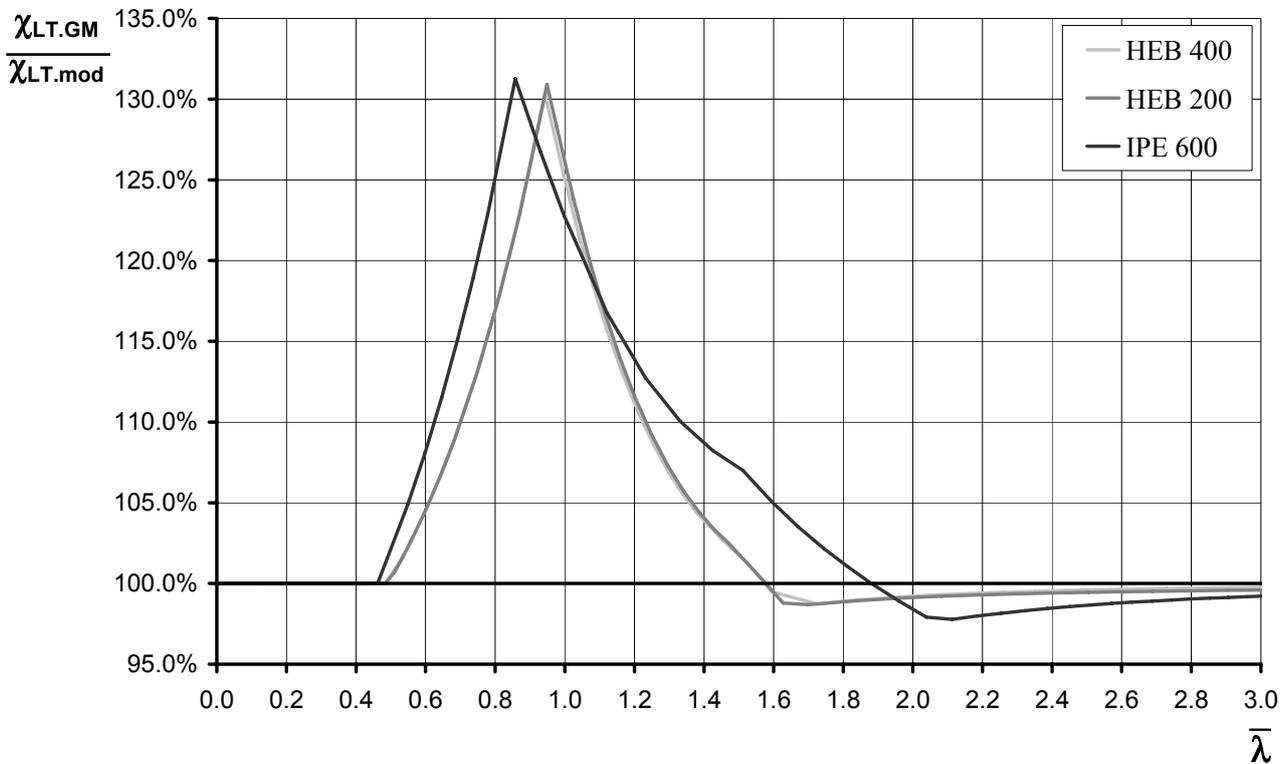


Bild 2.37: Gegenüberstellung der resultierenden Abminderungsbeiwerte χ_{LT} für einen einseitig eingespannten Einfeldträger mit Steckenlast für unterschiedliche Trägerprofile

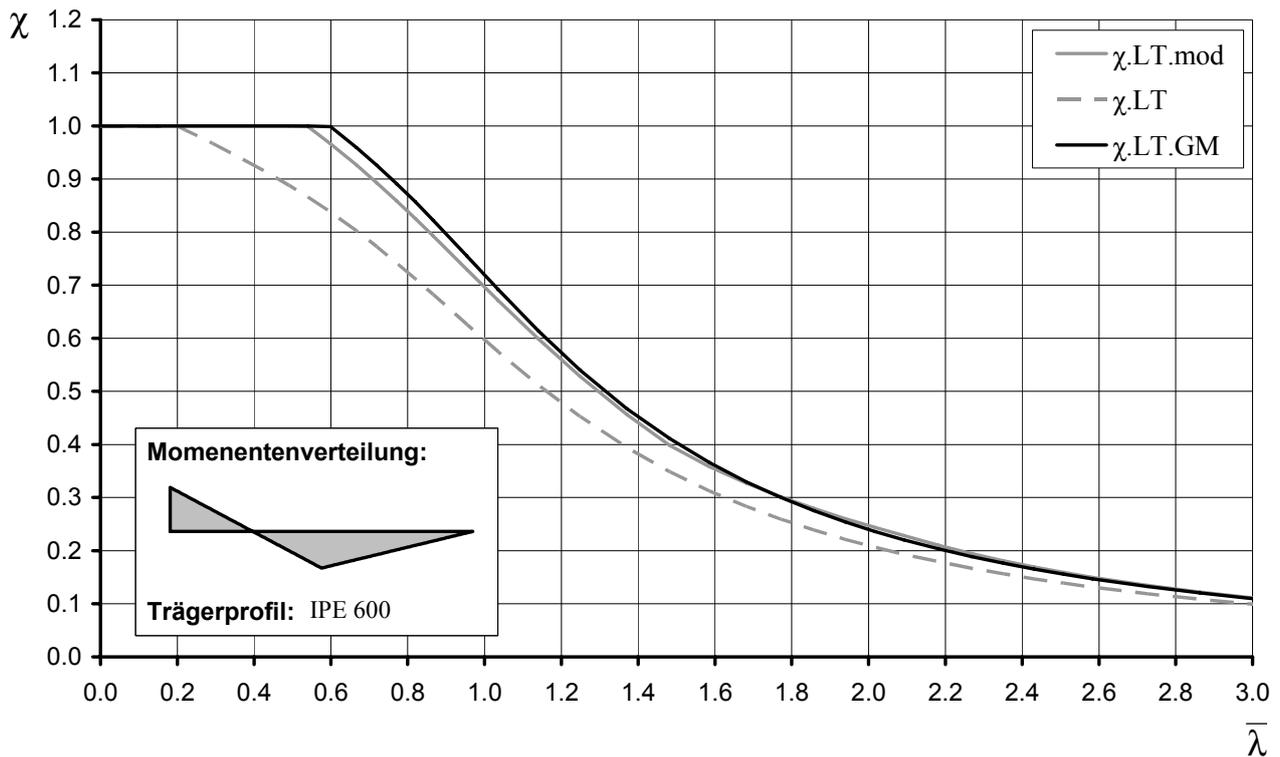


Bild 2.38: BDK-Abminderungsk. für einseitig eingespannten Einfeldträger mit Einzel- last

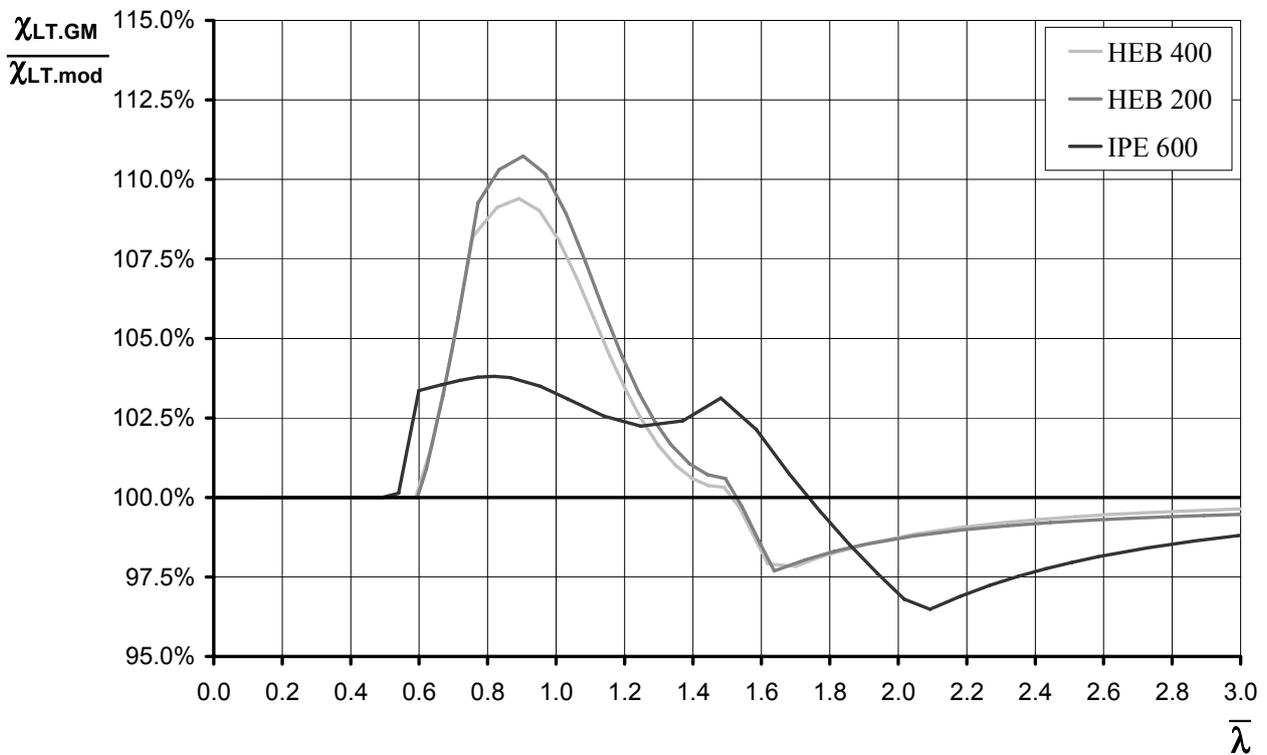


Bild 2.39: Gegenüberstellung der resultierenden Abminderungsbeiwerte χ_{LT} für einen einseitig eingespannten Einfeldträger mit Einzellast für unterschiedliche Trägerprofile

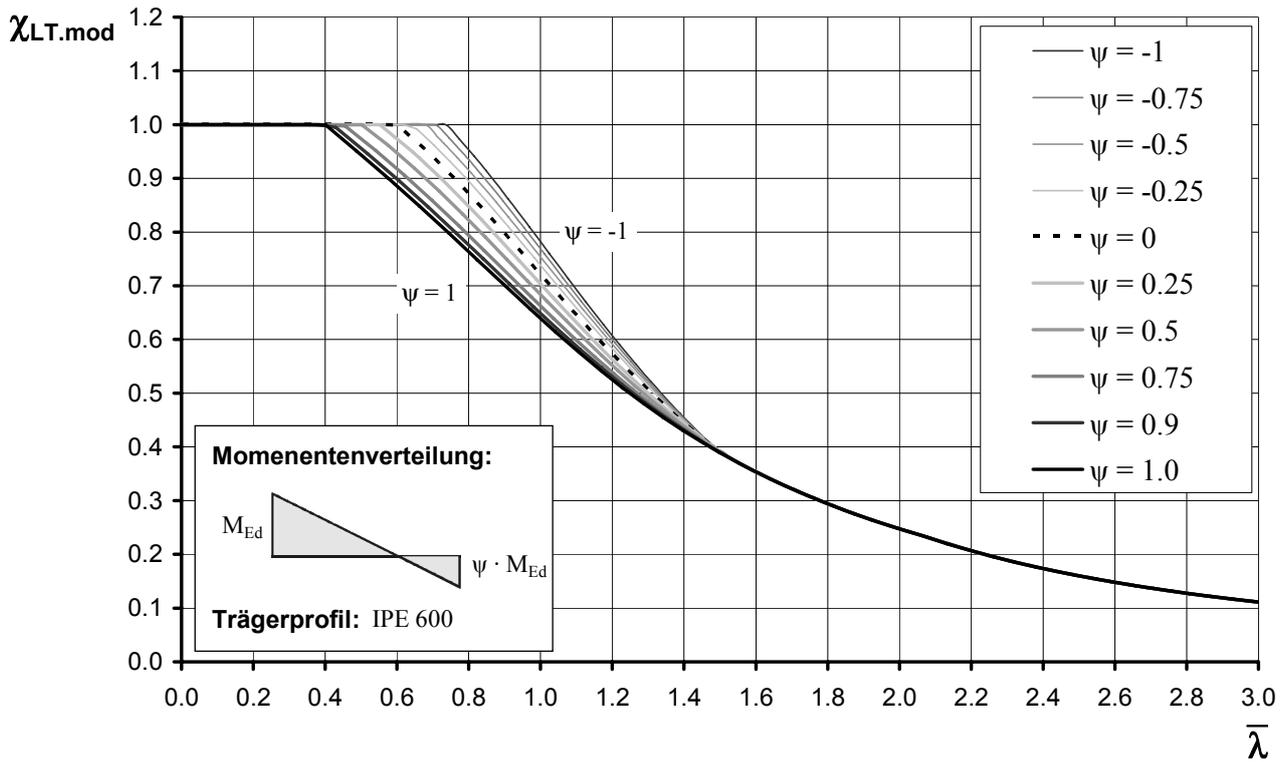


Bild 2.40: Modifizierte Biegedrillknickkurve für veränderliche Randmomente nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.2.3

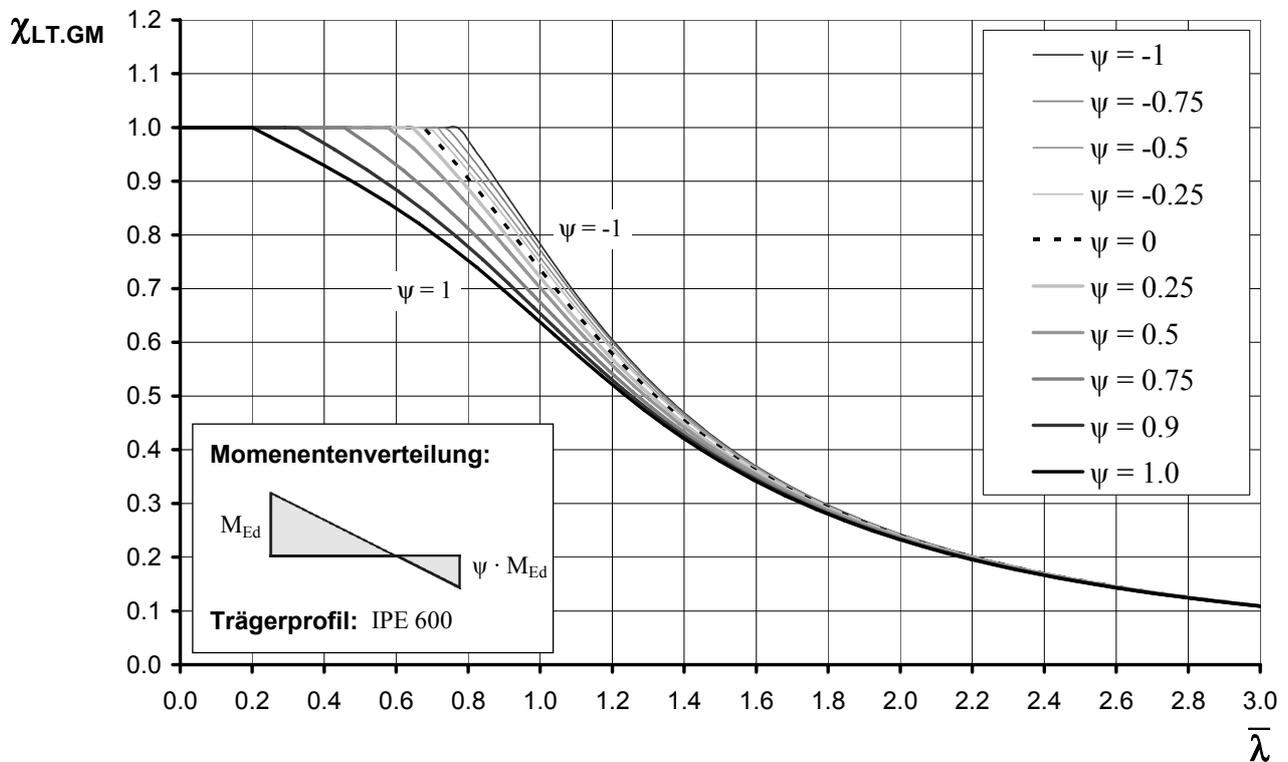


Bild 2.41: Europäische Standardisierte Biegedrillknickkurve für veränderliche Randmomente

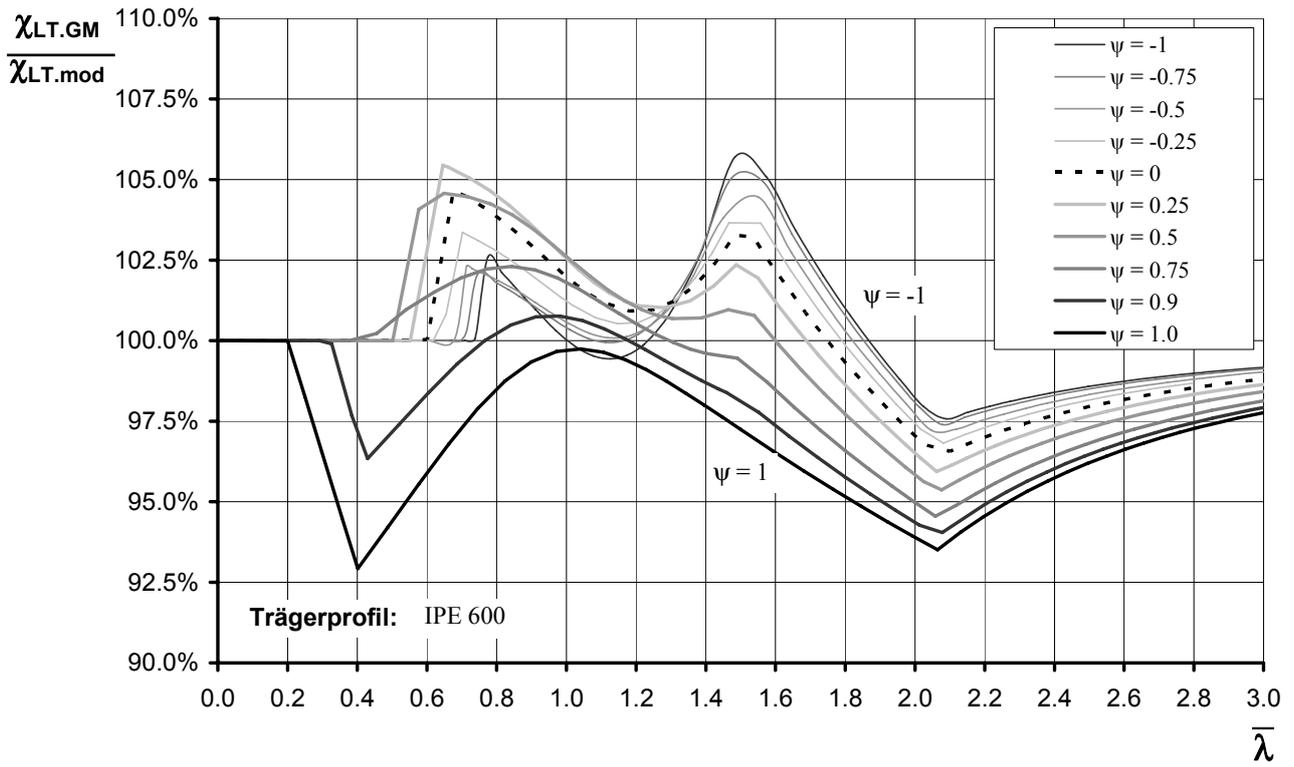


Bild 2.42: Gegenüberstellung der resultierenden Abminderungswerte χ für beide Verfahren für den Lastfall veränderliche Randmomente

3 Erweiterung des Stabilitätsnachweises für zusätzliche Querbiegung

3.1 Knickstab mit zusätzlicher Querlast in der Haupttragebene

3.1.1 Erweiterung der Knickstabbemessungsformel

Für den Nachweis mit den Europäischen Biegeknickkurven haben Roik und Kindmann [19] ein Verfahren entwickelt, das zu einer einfachen Nachweisformel zur Erfassung der Querbiegung führt. Voraussetzung für die Genauigkeit des Verfahrens ist, dass der Verlauf des Biegemoments $M_y^I(x)$ nach Theorie 1. Ordnung der Eigenform η_{crit}'' folgt, also der Formel

$$M_{y,E}^I(x) = M_{y,0} \cdot \frac{\eta_{crit}''(x)}{\eta_{crit,max}''} \quad (3.1)$$

entspricht. Daraus folgt für den Knickstab mit gelenkiger Endlagerung eine Momentenverteilung von

$$M_{y,E}^I(x) = M_{y,0} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right), \quad (3.2)$$

für die die Nachweisformel wie folgt lautet:

$$\frac{N_E}{N_R} + \frac{N_E}{N_R} \cdot \frac{\alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2)}{1 - \frac{N_E}{N_R} \cdot \bar{\lambda}^2} + \frac{M_{y,0}}{M_{y,R}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_R} \cdot \bar{\lambda}^2} = 1 \quad (3.3)$$

Um diese Nachweisformel in die Form einer Ergänzung der Formel für die Knickstabbemessung

$$\frac{N_E}{\chi \cdot N_R} \leq 1 \quad (3.4)$$

zu überführen, wird der Term $\alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2)$ über die Bestimmungsgleichung für χ

$$\chi + \chi \cdot \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{1}{1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^2} = 1 \quad (3.5)$$

durch die χ und $\bar{\lambda}$ ausgedrückt:

$$\alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) = \frac{(1 - \chi)(1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^2)}{\chi}, \quad (3.6)$$

so dass die Gleichung (3.3) in die Form

$$\frac{N_E}{N_R} \cdot \left(1 - \frac{N_E}{N_R} \bar{\lambda}^2\right) + \frac{N_E}{\chi N_R} \cdot (1 - \chi) (1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^2) + \frac{M_{y,0}}{M_{y,R}} = \left(1 - \frac{N_E}{N_R} \bar{\lambda}^2\right) \quad (3.7)$$

gebracht werden kann.

Durch Umformen der Gleichung (3.7) erhält man:

$$\Delta n_E \leq \Delta n_R$$

$$\text{mit } \Delta n_E = \frac{N_E}{\chi N_R} + \frac{M_{y,0}}{M_{y,R}} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \Delta n_R &= \left(1 - \frac{N_E}{N_R}\right) \left(1 - \frac{N_E}{N_R} \bar{\lambda}^2\right) + \frac{N_E}{N_R} \cdot (1 + \bar{\lambda}^2 - \chi \bar{\lambda}^2) \\ &= 1 - \underbrace{\frac{N_E}{\chi N_R} \cdot \left(1 - \frac{N_E}{\chi N_R}\right)}_{\leq \nu} \cdot \underbrace{\chi^2 \cdot \bar{\lambda}^2}_{\leq \xi} \quad (3.9) \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\leq \nu \cdot \xi} \end{aligned}$$

1. Stufe
2. Stufe
3. Stufe

so dass die genaue Lösung (1. Stufe) und verschiedene Vereinfachungsstufen (2. Stufe und 3. Stufe) entstehen.

Die Funktion ξ , vgl. Gleichung (3.9), besitzt bei $\bar{\lambda} = 1,0$ ein Extremum, wobei sich in Abhängigkeit vom Imperfektionsfaktor α der Funktionswert ändert. Für $\alpha = 0$ nimmt sie ihr Maximum mit dem Wert 1 an, vgl. Bild 3.1. Der quadratische Funktionsverlauf für ν , vgl. Gleichung (3.9), besitzt, ungeachtet des Imperfektionsfaktors α , seinen Scheitelpunkt $\nu_{\max} = 0,25$ an der Stelle $\frac{N_E}{\chi \cdot N_R} = \frac{1}{\chi \cdot \alpha_{ult,k}} = 0,5$. Die größtmögliche Vereinfachung ist somit

$$\frac{N_E}{\chi N_R} + \frac{M_{y,0}}{M_{y,R}} \leq \Delta n_R = 1 - 0,25 \cdot 1,0 = 0,75 \quad (3.10)$$

Für übliche Imperfektionsbeiwerte α und unter Berücksichtigung der Tatsache, dass ein Zusammenfall beider Extrema ν_{\max} und ξ_{\max} statistisch gesehen nur in extrem seltenen Fällen vorkommt, ergibt sich, mit der zweckmäßigen Vereinbarung $\Delta n_R \geq 0,9$, der weit weniger konservative, vereinfachte Nachweis

$$\frac{N_E}{\chi N_R} + \frac{M_{y,0}}{M_{y,R}} \leq \Delta n_R = 0,9 \quad (3.11)$$

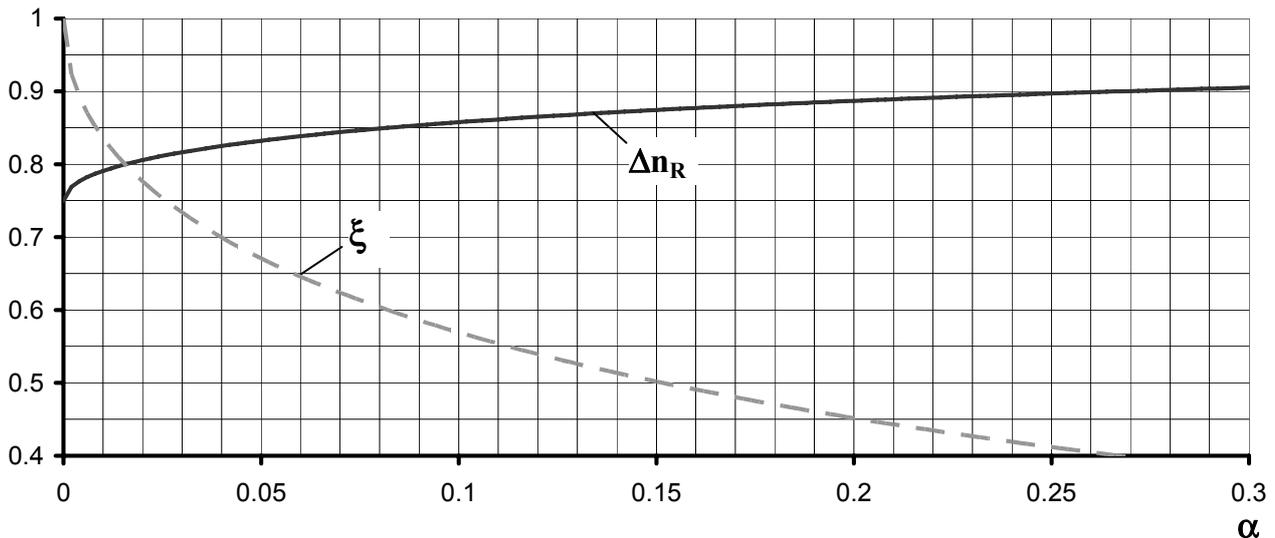


Bild 3.1: ξ und Δn_R in Abhängigkeit des Imperfektionsfaktors α für $\bar{\lambda} = 1$ und $\nu = 0,25$

3.1.2 Erweiterung des Verfahrens auf beliebige Momentenverteilungen

3.1.2.1 Ermittlung des Momentenbeiwertes q

Um auch andere Momentenverlauf $M_{y,E}^I(x)$ als solche nach Gleichung (3.1) berücksichtigen zu können, wird Gleichung (3.11) erweitert:

$$\frac{N_E}{\chi N_R} + \frac{M_{y,0} \cdot (1-q)}{M_{y,R}} \leq \Delta n_R \quad (3.12)$$

Die Ermittlung des Momentenbeiwertes q kann mittels einer Reihenentwicklung von M_y , p_z und η nach den verschiedenen Eigenformen $\eta_{crit,m}(x)$ erfolgen:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_y^I(x) = \sum_m \bar{p}_m \cdot \eta_{crit,m}''(x) \\ p_z(x) = \sum_m \bar{p}_m \cdot \eta_{crit,m}''''(x) \end{array} \right\} \text{äußere Belastung} \quad (3.13)$$

$$\left\{ \eta(x) = \sum_m \bar{\eta}_m \cdot \eta_{crit,m}(x) \right\} \text{Verformung}$$

Mit der Differentialgleichung

$$EI_y \eta''''(x) + N \eta''(x) = p_z(x) \quad (3.14)$$

folgt die Gleichung

$$\sum_m \bar{\eta}_m (EI_y \cdot \eta_{crit,m}''''(x) + N \cdot \eta_{crit,m}''(x)) = \sum_m \bar{p}_m \eta_{crit,m}''''(x) \quad (3.15)$$

und mittels der Orthogonalitätsbeziehungen

$$\int_{\ell} \eta''_{crit,n}(x) \cdot \eta''''_{crit,m}(x) dx = 0 \quad \text{für } m \neq n \quad (3.16)$$

und

$$\int_{\ell} \eta''_{crit,n}(x) \cdot \eta''_{crit,m}(x) dx = 0 \quad \text{für } m \neq n \quad (3.17)$$

folgt nach Erweiterung von Gleichung (3.15) um $\eta''_{crit,n}(x)$ und Aufintegration über die Trägerlänge ℓ die Lösungen für jedes Reihenglied $\bar{\eta}_m$

$$\bar{\eta}_m = \bar{P}_m \frac{\alpha^6}{EI_y \cdot \alpha_m^6 - N_E \cdot \alpha_m^4} \quad (3.18)$$

und aus Gleichung (3.13) a) equivalent:

$$\bar{P}_m = \frac{\int_{\ell} M_y^I(x) \cdot \eta''_{crit}(x) dx}{\int_{\ell} \eta''_{crit}(x) \cdot \eta''_{crit}(x) dx} \quad (3.19)$$

also z.B. für den gelenkig gelagerten Knickstab mit

$$\begin{aligned} \eta_{crit,m}(x) &= \sin(\alpha \cdot x) = \sin \frac{m \pi x}{\ell} \\ \eta''_{crit,m}(x) &= -\alpha^2 \sin(\alpha \cdot x) = -\left(\frac{m \pi}{\ell}\right)^2 \sin \frac{m \pi x}{\ell} \\ \eta''''_{crit,m}(x) &= \alpha^4 \sin(\alpha \cdot x) = \left(\frac{m \pi}{\ell}\right)^4 \sin \frac{m \pi x}{\ell} \end{aligned} \quad (3.20)$$

mit einem über die Länge des Stabes konstanten Momentenverlauf $M_y^I(x) = M_{y,0}$:

$$\begin{aligned} \bar{P}_m &= \frac{M_{y,0} \cdot \int_{\ell} \sin \frac{m \pi x}{\ell} dx}{\left(\frac{m \pi}{\ell}\right)^2 \int_{\ell} \sin^2 \frac{m \pi x}{\ell} dx} = \frac{M_{y,0} \frac{2\ell}{m \pi}}{\left(\frac{m \pi}{\ell}\right)^2 \cdot \frac{\ell}{2}} \\ &= -M_{y,0} \cdot \frac{4\ell^2}{m^3 \pi^3} \quad (m = 1, 3, 5, \dots) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Das Trägermoment nach Theorie 2. Ordnung M_y^H folgt aus

$$\begin{aligned}
 M_y^H(x) &= EI_y \cdot \eta''(x) = EI_y \cdot \sum_m \bar{\eta}_m \cdot \eta''_{crit,m}(x) \\
 &= \sum_m EI_y \cdot \frac{\bar{p}_m \alpha_m^6}{EI_y \alpha_m^6 - N_E \alpha_m^4} \cdot \eta''_{crit,m}(x) \\
 &= \sum_m \bar{p}_m \cdot \frac{EI_y \alpha_m^6}{EI_y \alpha_m^6 - N_E \alpha_m^4} \cdot \eta''_{crit,m}(x) \\
 &= \sum_m \bar{p}_m \cdot \frac{1}{1 + \frac{N_E}{EI_y \cdot \frac{\alpha_m^6}{\alpha_m^4}}} \cdot \eta''_{crit,m}(x) \\
 &= \sum_m \bar{p}_m \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{crit,m}}} \cdot \eta''_{crit,m}(x)
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Mit diesem Biegemoment ergibt sich statt Gleichung (3.3)

$$\left\{ \frac{N_E}{N_R} \right\} + \left\{ \frac{N_E}{N_R} \cdot \frac{\alpha(\bar{\lambda} - 0,2)}{1 - \frac{N_E}{N_R} \bar{\lambda}^2} \right\} + \left\{ \sum_m \frac{\bar{p}_m}{M_R} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{crit,m}}} \eta''_{crit,m}(x_d) \right\} = 1 \tag{3.23}$$

Gleichung (3.23) kann durch Abspalten des auf direktem Wege ermittelten Momentes

$$M_{y,0} = \sum_m \bar{p}_m \eta''_{crit,m}(x_d) \tag{3.24}$$

in die Form

Für den Momentenverlauf gemäß Gleichung (3.2) folgt

$$q = \frac{N_E}{N_R} \cdot \bar{\lambda}^2 \cdot (1-1) = 0 \quad (3.28)$$

und für einen konstanten Momentenverlauf folgt nach Gleichung (3.21)

$$q = \frac{N_E}{N_R} \cdot \bar{\lambda}^2 \cdot \left(1 - \frac{4}{\pi}\right) = -0,27 \cdot \frac{N_E}{N_R} \cdot \bar{\lambda}^2 \quad (3.29)$$

Die Anwendung der Formel (3.12) setzt voraus, dass sich die Extremeffekte der Imperfektion und der Querbiegung an derselben Bemessungsstelle x_d überlagern. Das ist bei Gleichung (3.3) der Fall, bei Anwendung der Gleichung (3.12) dann, wenn die Maxima der Beanspruchung in der Hauptachse und aus der Belastung in Querrichtung (Nebenachse) ungefähr zusammenfallen. Somit liegen die Ergebnisse auf der sicheren Seite oder der Bemessungspunkt x_d müsste gesucht werden.

3.1.2.2 Beweis der Orthogonalität für die Reihenentwicklung

Die Differentialgleichung

$$EI_z \cdot \eta'''' + N \cdot \eta'' = 0 \quad (3.30)$$

wird erfüllt durch

$$\begin{aligned} \eta''''_{crit,n} + \kappa_n^2 \eta''_{crit,n} &= 0 \\ \eta''''_{crit,m} + \kappa_m^2 \eta''_{crit,m} &= 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} \int \eta''_{crit,m} \eta''''_{crit,n} + \kappa_n^2 \int \eta''_{crit,m} \eta''_{crit,n} &= 0 \\ \int \eta''_{crit,n} \eta''''_{crit,m} + \kappa_m^2 \int \eta''_{crit,n} \eta''_{crit,m} &= 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Durch Subtraktion und erhält man

$$\underbrace{\int \eta''_{crit,m} \eta''''_{crit,n}}_{\substack{\eta''_{crit,m} \eta''_{crit,n} \Big|_R \\ + \int \eta''_{crit,m} \eta''_{crit,n} \\ = 0}} - \underbrace{\int \eta''_{crit,n} \eta''''_{crit,m}}_{\substack{-\eta''_{crit,n} \eta''_{crit,m} \Big|_R \\ - \int \eta''_{crit,n} \eta''_{crit,m} \\ = 0}} + \underbrace{(\kappa_n^2 - \kappa_m^2)}_{\substack{\neq 0 \\ \text{für } n \neq m}} \cdot \underbrace{\int \eta''_{crit,n} \eta''_{crit,m}}_{\substack{= 0 \\ \text{für } n \neq m}} = 0 \quad (3.33)$$

$$\underbrace{\int \eta''_{crit,m} \eta''_{crit,n}}_{\substack{\eta''_{crit,m} \eta''_{crit,n} \Big|_R \\ - \eta''_{crit,m} \eta''_{crit,n} \Big|_R \\ + \int \eta''_{crit,m} \eta''_{crit,n} \\ = 0 \\ \text{für } n \neq m}}$$

Damit ist die Orthogonalität nachgewiesen.

3.1.3 Spiegelung des erweiterten Knickstabnachweises am direkten Nachweis

3.1.3.1 Allgemeines

Wie bereits im Vorfeld beschrieben, ist der auf die vorhandene Belastungssituation N_E , $M_{y,0}$ bezogene Ausnutzungsgrad der Querschnittstragfähigkeit, bei einem zur ersten Eigenform η_{crit}'' affinen Biegemomentenverlauf $M_{y,E}^I$, gegeben durch die Gleichung

$$\varepsilon = \frac{N_E}{N_R} + \frac{N_E}{N_R} \cdot \frac{\alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2)}{1 - \frac{N_E}{N_{crit}}} + \frac{M_{y,0}}{M_{y,R}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{crit}}} \quad (3.34)$$

Dabei ist neben den Ausnutzungsgraden E_d / R_d nach Theorie 1. Ordnung auch der Lastvergrößerungsfaktor zur Berücksichtigung der Biegemomentanteile infolge Theorie 2. Ordnung

$$f_{M_y}^{II} = \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{crit}}} \quad (3.35)$$

direkt von der einwirkenden Belastung abhängig. Folglich ist mit Hilfe von Gleichung (3.34) für eine konkrete Belastungssituation keine direkte Aussage darüber zu treffen, bei welchem Lastniveau eine 100%-ige Querschnittsausnutzung erreicht wird.

Um die wahre Tragreserve zu ermitteln, muss Gleichung (3.34) um den Lasterhöhungsfaktor α_E erweitert werden. Durch Iteration kann dann derjenige Wert α_E bestimmt werden, für den Gleichung (3.36) den Wert 1 annimmt und somit eine 100%-ige Querschnittsausnutzung erreicht wird.

$$\frac{\alpha_E \cdot N_E}{N_R} + \frac{\alpha_E \cdot N_E}{N_R} \cdot \frac{\alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2)}{1 - \frac{\alpha_E \cdot N_E}{N_R} \cdot \bar{\lambda}^2} + \frac{\alpha_E \cdot M_{y,0}}{M_{y,R}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E \cdot N_E}{N_R} \cdot \bar{\lambda}^2} \stackrel{!}{=} 1 \rightarrow \alpha_E \quad (3.36)$$

Der wahre Ausnutzungsgrad ergibt sich dann zu

$$\varepsilon_{true} = \frac{1}{\alpha_E}.$$

Um eine iterative Berechnung mittels Gleichung (3.36) zu umgehen, ist alternativ eine direkte Berechnung mit Hilfe des in Abschnitt 3.1.1 beschriebenen Verfahrens möglich, was zu einer sehr guten Näherung verglichen mit dem genauen Vorgehen nach Gleichung (3.36) führt und für den Fall $\varepsilon = 1$ den exakten Wert liefert.

Der Ausnutzungsgrad für das von Roik/Kindmann [19] entwickelte Verfahren, gemäß Abschnitt 3.1.1, lautet:

$$\varepsilon_{\text{Roik}} = \frac{\Delta n_E}{\Delta n_R} \quad (3.37)$$

Um den Unterschied in den Ergebnissen bei Anwendung der einzelnen Nachweisgleichungen (3.34), (3.36) und (3.37) zu verdeutlichen, werden die verschiedenen Verfahren im folgenden Abschnitt mit Hilfe eines konkreten Zahlenbeispiels veranschaulicht.

3.1.3.2 Berechnungsbeispiel

Gegeben ist ein Druckstab mit zusätzlicher Biegebeanspruchung M_y in der Haupttragebene gemäß Bild 3.2.

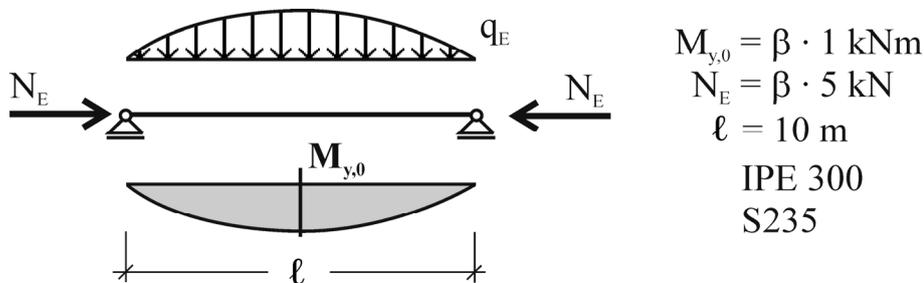


Bild 3.2: Knicken um die starke Achse eines Druckstabs mit zusätzlichem Biegemoment $M_{y,E}$

Mit $\beta = 25$ folgt die konkrete Lastkombination $N_E = 125 \text{ kN}$ und $M_{y,0} = 25 \text{ kNm}$ und somit ein Ausnutzungsgrad gemäß Gleichung (3.34) von

$$\varepsilon = \frac{125}{1263} + \frac{125}{1263} \cdot \frac{0,21 \cdot (1,51 - 0,2)}{1 - \frac{125}{551,3}} + \frac{25}{147,7} \cdot \frac{1}{1 - \frac{125}{551,3}} = 0,353$$

Anhand des so ermittelten Ausnutzungsgrads von 35,3 % könnte die Schlussfolgerung gezogen werden, dass eine weitere Laststeigerung um den Faktor $\alpha_{Ed} = 1/0,353 = 2,86$ möglich ist, was aufgrund der Tatsache, dass die Theorie 2. Ordnungseffekte nur für den berechnete Lastfall ($\beta = 25$) exakt erfasst und somit bei einer Extrapolation auf ein anderes Lastniveau unterschätzt werden, falsch ist.

Die iterative Berechnung mit Hilfe von Gleichung (3.36) führt hingegen zu einem Lasterhöhungsfaktor von $\alpha_E = 2,11$. Der wahre Ausnutzungsgrad liegt also bei 47,5 % und somit deutlich höher als der zuvor ermittelte.

Mit Hilfe der Gleichung (3.37) kann der wahre Ausnutzungsgrad direkt näherungsweise zu

$$\varepsilon_{Roik} = \frac{\frac{125}{0,366 \cdot 1264,3} + \frac{25}{147,7}}{0,939} = \frac{0,439}{0,939} = 0,468$$

bestimmt werden, was zu einer möglichen Lasterhöhung um das 2,14-fache führt und somit zu einer sehr guten Übereinstimmung mit dem wahren Wert.

In Bild 3.3 sind die unterschiedlichen Ausnutzungsgrade für eine Parametervariation $\beta = 1..100$ einmal graphisch dargestellt. Der exponentiell ansteigende Verlauf der ε -Funktion zeigt deutlich, dass bei Verwendung der Gleichung (3.34) für eine beliebige Belastungssituation $\beta \neq 1$ keine Aussage über die tatsächliche Tragreserve getroffen werden kann. Wohingegen dies beim Näherungsverfahren nach Roik/Kindmann möglich ist.

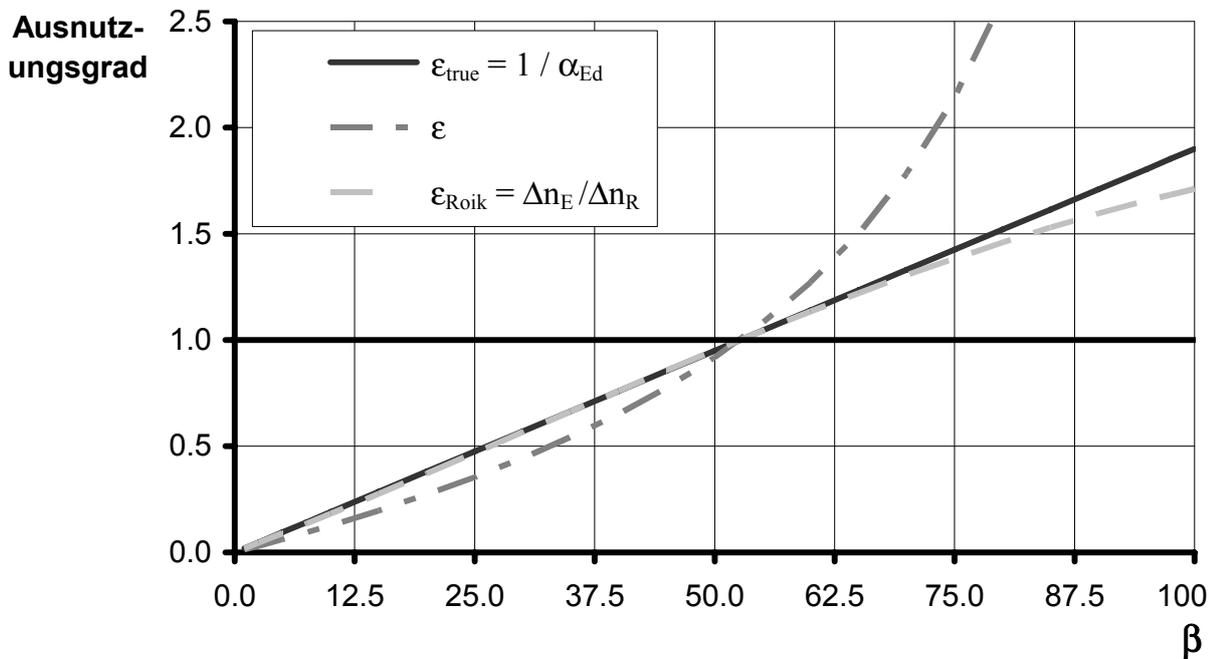


Bild 3.3: Ausnutzungsgrad der Beanspruchung aufgetragen über den Laststeigerungsfaktor β

Bild 3.4 gibt die konkreten Abweichungen $\Delta\varepsilon$ der beiden Näherungsverfahren gegenüber dem wahren Ausnutzungsgrad ε_{true} an.

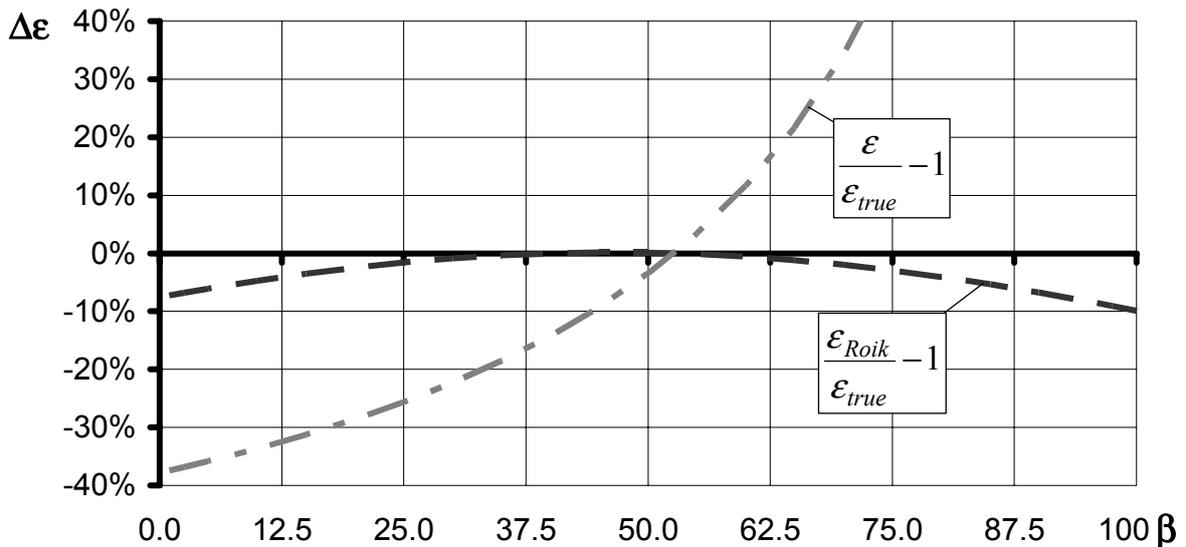


Bild 3.4: Abweichung $\Delta\varepsilon$ gegenüber dem wahren Ausnutzungsgrad ε_{true}

3.1.3.3 Schlussfolgerung

Aus der vorangegangenen Gegenüberstellung wird deutlich, dass

1. eine gute Übereinstimmung zwischen dem vereinfachten Verfahren ε_{Roik} nach Gleichung (3.37) und dem genauen Verfahrens ε_{true} nach Gleichung (3.36) besteht, die umso größer ist, je näher der ermittelte Ausnutzungsgrad an 1 liegt,
2. eine direkte Anwendung der Gleichung (3.34) (Ausnutzungsgrad ε) zu einer deutlichen Abweichung gegenüber dem wahren Wert ε_{true} führt,
3. bei einem mit Hilfe von Gleichung (3.34) ermittelten Ausnutzungsgrade von $\varepsilon \neq 1$ eine direkte Berechnung der wahren Tragreserve nicht möglich ist.

Da die Eurocode-Regeln für Biegedrillknicken mit Querlast auf dem Prinzip der direkten Ermittlung des Ausnutzungsgrade ε nach Gleichung (3.34) basieren (dies gilt im erhöhtem Maße für Methode 1), wohingegen das Verfahren auf einheitlicher Grundlage äquivalent zu dem Verfahren ε_{true} bzw. ε_{Roik} verfährt, spielen die gewonnen Erkenntnisse im weiteren Verlauf dieser Arbeit, insbesondere bei einer Gegenüberstellung der Verfahren, eine wichtige Rolle. Dabei sind die folgenden Punkte zu beachten:

1. Ein quantitativer Vergleich der Eurocode-Regeln mit dem „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“ ist nur dann möglich, wenn der ermittelte Ausnutzungsgrad ε im Bereich ± 1 liegt.
2. Weicht der Ausnutzungsgrad ε stark vom Wert 1 ab, so ist für die Eurocode-Regeln nur eine qualitative Aussage (Nachweis erfüllt / Nachweis nicht erfüllt)

möglich. Eine Ermittlung der wahren Tragreserve und somit ein quantitativer Vergleich mit dem Verfahren auf einheitlicher Grundlage ist nur eingeschränkt möglich.

3.2 Biegedrillknicken mit Querlast (Querbiegung und Torsion)

Für den Nachweis mit den Europäischen Biegedrillknickkurven kann das Verfahren von Roik/Kindmann sinngemäß erweitert werden, siehe auch [20]. Für den Standardträger wird zunächst unterstellt, dass die Querbiegemomente $M_{E,z}^I$ und die Querbimomente B_E^I dem Verlauf der Biegedrillknickeigenform folgen:

$$M_{E,z}^I(x) = M_{z,0} \cdot \frac{\eta_{crit}''(x)}{\eta_{crit,max}''} \quad (3.38)$$

$$B_E^I(x) = B_0 \cdot \frac{\varphi_{crit}''(x)}{\varphi_{crit,max}''} \quad (3.39)$$

Daraus folgt für den Einfeldträger mit beidseitiger Gabellagerung und konstantem Hauptbiegemoment $M_{E,y}$

$$M_{E,z}^I(x) = M_{z,0} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell} \quad (3.40)$$

$$B_E^I(x) = B_0 \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell} \quad (3.41)$$

Nach Gleichung (3.8) und (3.9) folgen somit die Schnittgrößen nach Theorie 2. Ordnung:

$$M_{E,z}^{II}(x) = M_{z,0} \cdot \frac{1}{1 - \frac{M_{E,y}}{M_{crit}}} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell} \quad (3.42)$$

$$B_E^{II}(x) = B_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{M_{E,y}}{M_{crit}}} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell} \quad (3.43)$$

Das zusätzliche Ausnutzungsgrad in Trägerlängsrichtung infolge eines zu $M_{E,z}^{II}$ und B_E^{II} äquivalenten Biegemoments im oberen Druckflansch berechnen sich aus

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{Rand}(x)}{f_y} &= \frac{M_{E,z}^{II}(x)}{f_y \cdot I_z} \cdot \frac{b}{2} + \frac{B_E^{II}(x)}{f_y \cdot I_w} \cdot z_M \cdot \frac{b}{2} = \frac{M_{E,Fl,o,z}^{II}(x)}{f_y \cdot b^2 \cdot t} \cdot 6 \\ &= \frac{M_{E,z}^{II}(x)}{M_{R,z}} + \frac{B_E^{II}(x)}{B_R} = \frac{M_{E,Fl,o,z}^{II}(x)}{M_{R,Fl,o,z}} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Damit lautet die Nachweisgleichung für den gesamten Trägerquerschnitt

$$\frac{N_{E,Fl,o}}{N_{R,Fl,o}} + \frac{N_{E,Fl,o}}{N_{R,Fl,o}} \cdot \frac{\alpha(\bar{\lambda} - 0,2)}{1 - \frac{M_{E,y}}{M_{y,crit}}} + \left\{ \frac{M_{E,Fl,o,z}^I}{M_{R,Fl,o,z}} \right\} \frac{1}{1 - \frac{M_{E,y}}{M_{y,crit}}} = 1 \quad (3.45)$$

Aufgrund der Analogie zur Gleichung (3.3) kann auch die Schlussfolgerung in den Gleichungen (3.8) und (3.9) übernommen werden, d.h. der Nachweis lautet:

$$\frac{M_{E,y}}{\chi M_{R,y}} + \frac{M_{E,Fl,z}^I}{M_{R,Fl,z}} \leq \Delta n = \underbrace{1 - \frac{M_{E,y}}{\chi M_{R,y}} \left(1 - \frac{M_{E,y}}{\chi M_{R,y}} \right)}_{\geq 0,9} \cdot \chi^2 \cdot \bar{\lambda}^2 \quad (3.46)$$

Verlaufen die Biegemomente im Flansch nicht affin zur ersten Eigenform η_{crit}'' und φ_{crit}'' , so können Korrekturfaktoren an $M_{E,Fl,z}^{II}$ angebracht werden, so dass die Gleichung (3.46) wegen Gleichung (3.27) lautet:

$$\frac{M_{E,y}}{\chi M_{R,y}} + \frac{M_{E,Fl,z}^I}{M_{R,Fl,z}} (1 - q_{Mz}) + \frac{B_{E,Fl}^I}{B_{R,Fl}} (1 - q_B) \leq \Delta n_R \quad (3.47)$$

Dabei gilt:

$$q_{Mz} = \frac{M_{E,y}}{M_{R,y}} \cdot \bar{\lambda}^2 \cdot \left(1 - \frac{M_{z,m}}{M_{z,0}} \right) \quad (3.48)$$

$$q_B = \frac{M_{E,y}}{M_{R,y}} \cdot \bar{\lambda}^2 \cdot \left(1 - \frac{B_m}{B_0} \right) \quad (3.49)$$

3.3 Verallgemeinerung für beliebige Randbedingungen

Im allgemeinen Fall lautet die Nachweisgleichung mit Querbiegung:

$$\frac{1}{\chi \alpha_{ult,k}} + \frac{M_{E,z}}{M_{R,z}} (1 - q_{Mz}) + \frac{B_E}{B_R} (1 - q_B) \leq \Delta n_R \quad (3.50)$$

$$= \underbrace{1 - \frac{1}{\chi \alpha_{ult,k}} \left(1 - \frac{1}{\chi \alpha_{ult,k}} \right)}_{\geq 0,9} \cdot \chi^2 \cdot \bar{\lambda}^2$$

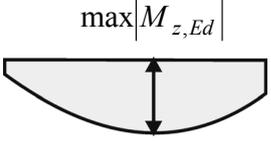
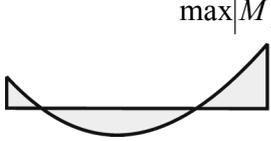
$$q_{Mz} = \frac{1}{\alpha_{ult,k}} \cdot \bar{\lambda}^2 \cdot \left(1 - \frac{M_{z,m}}{M_{z,0}} \right) \quad (3.51)$$

$$q_B = \frac{1}{\alpha_{ult,k}} \cdot \bar{\lambda}^2 \cdot \left(1 - \frac{B_m}{B_0} \right) \quad (3.52)$$

Für Biegedrillknicken mit zusätzlicher Querbiegung $M_{z,Ed}$ kann der äquivalente Momentenbeiwert q_{Mz} direkt mit Hilfe der in Tabelle 3.1 zusammengefassten Gleichungen berechnet werden. Die angegebenen Formeln sind in die Gleichungen für $C_{mi,0}$ nach EN1993-1-1 [3], Tabelle A.2 (siehe Tabelle 1.5 der vorliegenden Arbeit) überführbar. Der Hintergrund der in [3] angegebenen Momentenbeiwerte $C_{mi,0}$, die zum Teil auf numerischen Vergleichrechnungen basieren und darum von den mit Hilfe von Abschnitt 3.1.2.1 analytisch ermittelten Werten abweichen können, kann [21] entnommen werden.

Im Falle eines zusätzlich einwirkenden Querbimomentes B_{Ed} muss die Berechnung des Momentenbeiwertes q_B nach Abschnitt 3.1.2.1 erfolgen.

Tabelle 3.1: Momentenbeiwerte q_{M_z} für Biegedrillknicken mit zusätzlicher Querbiegung M_z

Momentenverlauf M_z	q_{M_z}
	$q_{M_z} = 0,21 \cdot (1 - \psi_z) + 0,36 \cdot (0,33 - \psi_z) \cdot \frac{1}{\alpha_{crit}} \leq \frac{1}{\alpha_{crit}}$
 	$q_{M_z} = \frac{1}{\alpha_{crit}} \cdot \left(1 - \frac{\pi^2 EI_z \cdot \max \delta_y }{\ell^2 \cdot \max M_{z,Ed} } \right)$ <p>Dabei ist $\max \delta_y$ die größte Querbiegeverformung und $\max M_{Ed}$ das größte Querbiegemoment entlang der Bauteillängsachse.</p>
	$q_{M_z} = 0,18 \cdot \frac{1}{\alpha_{crit}}$
	$q_{M_z} = 0,03 \cdot \frac{1}{\alpha_{crit}}$

3.4 Leitfaden zur Anwendung des Verfahrens mit einheitlicher Grundlage bei zusätzlicher Querbiegung und Torsion

3.4.1 Allgemeines Vorgehen

Bei Biegedrillknicken mit zusätzlicher Querbiegung und Torsion kann das „Verfahren mit einheitlicher Grundlage“ gemäß dem in Tabelle 3.2 beschriebenen Vorgehen angewandt werden. Dabei dürfen bei der Bemessung die jeweiligen Vereinfachungsstufen

- Vernachlässigung der Torsionssteifigkeit $\alpha^* = \alpha$
- Bemessung ohne Kenntnis der Nachweisstelle $x = x_d$
- Vereinfachter Nachweis mit $\Delta n_R = 0,9$

beliebig kombiniert werden. Eine Verwendung aller Vereinfachungsstufen kann insbesondere dann von Vorteil sein, wenn

- das nachzuweisende Bauteil hinsichtlich seiner Geometrie, Lagerung oder Belastung eine außergewöhnlich hohe Komplexität aufweist
- ein schneller Plausibilitätscheck für einen genauen Nachweise geführt werden soll.

Soll der Nachweis an der maßgebenden Nachweisstelle x_d durchgeführt werden und ist diese nicht aus Bemessungshilfen bekannt, so kann die Stelle x_d nach dem in Kapitel 3.4.2 angegebenen Verfahren ermittelt werden.

Tabelle 3.2: Vorgehen für die Verwendung des Verfahrens mit einheitlicher Grundlage bei Biegedrillknicken mit zusätzlicher Querbiegung und Torsion

Eingangswerte		
Schnittgrößenverteilung in Haupttragebene ($N_{Ed}(x), M_{y,Ed}(x)$) unter Berücksichtigung der Effekte aus Theorie 2. Ordnung in der Haupttragebene Schnittgrößenverteilung nach Theorie 1. Ordnung aus Belastung in Querrichtung ($M_{z,Ed}(x), B_{Ed}(x)$) Bauteilgeometrie und die sich daraus ergebenden Steifigkeiten $A(x), I_{yy}(x), I_{zz}(x), I_t(x), I_w(x)$ und Querschnittstragfähigkeiten $N_{Rd}(x), M_{y,Rd}(x), M_{z,Rd}(x), B_{Rd}(x)$		
Berechnung		
Haupttragebene	Nebenebene	
$\alpha_{Ed}(x) = \frac{\chi_{LT}(x) \cdot \alpha_{ult,k}(x)}{\gamma_{M1}} \geq 1$ vgl. Tabelle 2.4	$\beta_z(x) = \frac{M_{z,Ed}(x)}{M_{z,Rd}(x)} \cdot (1 - q_{Mz})$ $\beta_B(x) = \frac{B_{Ed}(x)}{B_{Rd}(x)} \cdot (1 - q_B)$	
Bemessungsstelle x_d		
nicht bekannt	für Haupttrag- & Nebenebene getrennt bekannt	bekannt
$\alpha_{ult,k} = \alpha_{ult,k,min}$ $\alpha_{Ed}(x) = \alpha_{Ed,min}$ $\beta_z(x) = \beta_{z,max}$ $\beta_B(x) = \beta_{B,max}$	$\alpha_{ult,k} = \alpha_{ult,k}(x_{d,ip})$ $\alpha_{Ed}(x) = \alpha_{Ed}(x_{d,ip})$ $\beta_z(x) = \beta_z(x_{d,op})$ $\beta_B(x) = \beta_B(x_{d,op})$	$\alpha_{ult,k} = \alpha_{ult,k}(x_d)$ $\alpha_{Ed}(x) = \alpha_{Ed}(x_d)$ $\beta_z(x) = \beta_z(x_d)$ $\beta_B(x) = \beta_B(x_d)$
Nachweis		
vereinfacht	genau	
$\Delta n_R = 0,9$	$\Delta n_R = 1 - \frac{1}{\alpha_{Ed}(x)} \cdot \left[1 - \frac{1}{\alpha_{Ed}(x)} \right] \cdot \chi_{LT}^2(x) \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2(x)$	
$\frac{1}{\alpha_{Ed}(x)} + \beta_z(x) + \beta_B(x) \leq \Delta n_R$		

3.4.2 Ermittlung der Bemessungsstelle x_d

Ist die Bemessungsstelle x_d nicht bekannt, so kann sie wie folgt bestimmt werden:

1. Ermittlung der Eingangsgrößen:

a. Schnittgrößenverläufe:

i. Haupttragebene: $N_{Ed}(x), M_{y,Ed}^I(x) \rightarrow \alpha_{ult,k,Fl}(x)$

ii. Nebenebene: $M_{z,Ed}^I(x), B_{Ed}^I(x)$

b. Computergestützte Ermittlung der Verzweigungslast α_{crit} für die Beanspruchung in der Haupttragebene und der dazugehörigen Eigenform mit $\eta''_{crit}(x)$ und $\varphi''_{crit}(x)$, sowie der Verzweigungslast α_{crit}^*

c. Bestimmung der Momentenbeiwerte q_{Mz} und q_B

d. Bestimmung der Querschnittswerte: $N_{Rd}, M_{y,Rd}, M_{z,Rd,Fl}, B_{Rd,Fl}$

2. Berechnung des Gesamtausnutzungsgrades längs des Trägers für den maßgebenden Druckflansch über

$$\varepsilon_{true}(x) = \varepsilon_{ip}(x) + \varepsilon_{op}(x)$$

mit

$$\varepsilon_{ip}(x) = \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k,Fl}(x)} + \frac{\alpha_E}{\alpha_{ult,k,Fl}(x)} (\bar{\lambda}_{LT}(x_{nom}) - 0,2) \cdot \alpha_{LT} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} \cdot \dots \cdot \frac{\eta''_{crit}(x) + z_M \cdot \varphi''_{crit}(x)}{[\eta''_{crit} + z_M \cdot \varphi''_{crit}]_{x_{nom}}} \quad (3.53)$$

$$\varepsilon_{op}(x) = \frac{\alpha_E \cdot M_{z,E,Fl}^I(x)}{M_{z,R,Fl}} \cdot \frac{1 - q_{Mz}}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} + \frac{\alpha_E \cdot B_{E,Fl}^I(x)}{B_{R,Fl}} \cdot \frac{1 - q_B}{1 - \frac{\alpha_E}{\alpha_{crit}}} \quad (3.54)$$

3. Numerische Bestimmung des Lasterhöhungsfaktors α_E für den die maximalen Querschnittsausnutzung $\varepsilon_{true,max}$ den Wert 1 annimmt.

4. Anpassung der Normierungsstelle x_{nom} an die zuvor bestimmte Stelle $x_{\varepsilon,max}$ und Wiederholung des Vorgangs 3.

5. Iterative Wiederholung des Vorgangs 4. bis die Normierungsstelle x_{nom} mit der Stelle der maximalen Querschnittsausnutzung $x_{\varepsilon,max}$ übereinstimmt.

$$\rightarrow x_d = x_{nom}$$

Liegt die tatsächliche Bemessungsstelle x_d an einer Stelle $x_{\eta''_{crit,fl}=0}$ an der die Flanschkrümmung $\eta''_{crit,fl}$ den Wert 0 annimmt, z.B. am Trägerende, so kommt es

zu keiner Konvergenz und die Normierungsstelle x_{nom} springt abwechselnd zwischen der Stelle mit der maximalen Flanschkrümmung $x_{\eta_{crit,fl,max}}''$ und der Stelle $x_{\eta_{crit,fl=0}}''$. Für diesen Fall ist die Normierung auf die Stelle $x_{\eta_{crit,fl,max}}''$ zu beziehen.

Die angegebenen Gleichungen gelten für Stäbe und Stabsysteme mit konstantem Querschnitt. Im Falle eines veränderlichen Querschnitts, sind sie gemäß Gleichung (2.38) zu erweitern.

3.5 Spiegelung der Eurocode-Regeln an dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage

3.5.1 Allgemeines

Im vorliegenden Kapitel wird das bisherige Vorgehen nach EN 1993-1-1 [3] am Verfahren mit einheitlicher Grundlage gespiegelt um Unterschiede und Tendenzen aufzuzeigen. Um die Gegenüberstellung möglichst übersichtlich zu gestalten, wird die Spiegelung anhand von Beispielen durchgeführt, bei denen jeweils nur ein Parameter variiert wird.

3.5.2 Stabilitätsnachweis nach EN 1993-1-1 Abs. 6.6.3 – Beispiel 1

Das folgende Beispiel dient zur Veranschaulichung der Übertragbarkeit der in Abschnitt 3.1.3.3 getroffenen Schlussfolgerungen. Wie beim Biegeknickbeispiel in Bild 3.2, wird in dem in Bild 3.5 vorliegenden Biegedrillknickproblem mit zusätzlicher Querbiegung das Lastniveau mit Hilfe des Parameters β sukzessive gesteigert. Wie bereits in Abschnitt 3.1.3.3 erwähnt, muss die so ermittelte Ausnutzungsgradfunktion $\varepsilon(\beta)$ linear vom Parameter β abhängen, wenn das Verfahren die Möglichkeit bieten soll, von einem beliebigen Traglastniveau aus, auf die tatsächliche Tragfähigkeit zurückzuschließen.

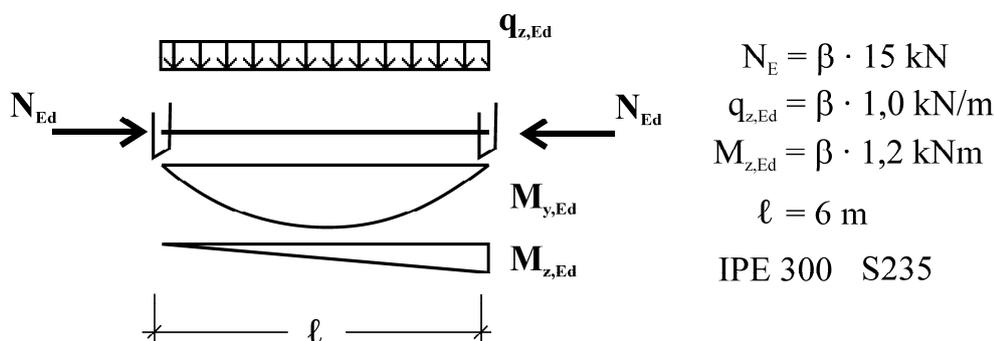


Bild 3.5: Berechnungsbeispiel 1 – Variation des Lastniveaus

Wie Bild 3.6 zeigt, weist lediglich das Verfahren auf einheitlicher Grundlage, bei numerischer Ermittlung des Lasterhöhungsfaktors α_{Ed} , eine fast perfekt lineares

Verhalten auf, siehe Anmerkung. Das Vorgehen nach Tabelle 3.2 erweist sich dabei als gute Näherung. Die beiden Verfahren nach EN 1993-1-1 weisen hingegen ein nichtlineares Verhalten auf, welches im Falle von Methode 1 weit stärker ausgeprägt ist als bei Methode 2. Dies ist auf die Lasterhöhungsfunktion zur Berücksichtigung der elastischen Theorie 2. Ordnungseffekte

$$f = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{crit}}}$$

zurückzuführen, die im Anhang A in Ihrer Reinform Verwendung findet, wohingegen Anhang B auf stark abgeschwächte Lasterhöhungsfaktoren der Form

$$f = 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} = 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot \sqrt{N_{Rd}} \cdot \sqrt{N_{crit}}}$$

zurückgreift, die mit Hilfe von Anpassungsfaktoren dann an numerisch Ergebnisse angepasst wurden.

Weiterhin ist in Bild 3.6 zu erkennen, dass die Abweichungen der einzelnen Verfahren zu einander im Bereich $\varepsilon = \pm 1$ in einem akzeptablen Rahmen liegen.

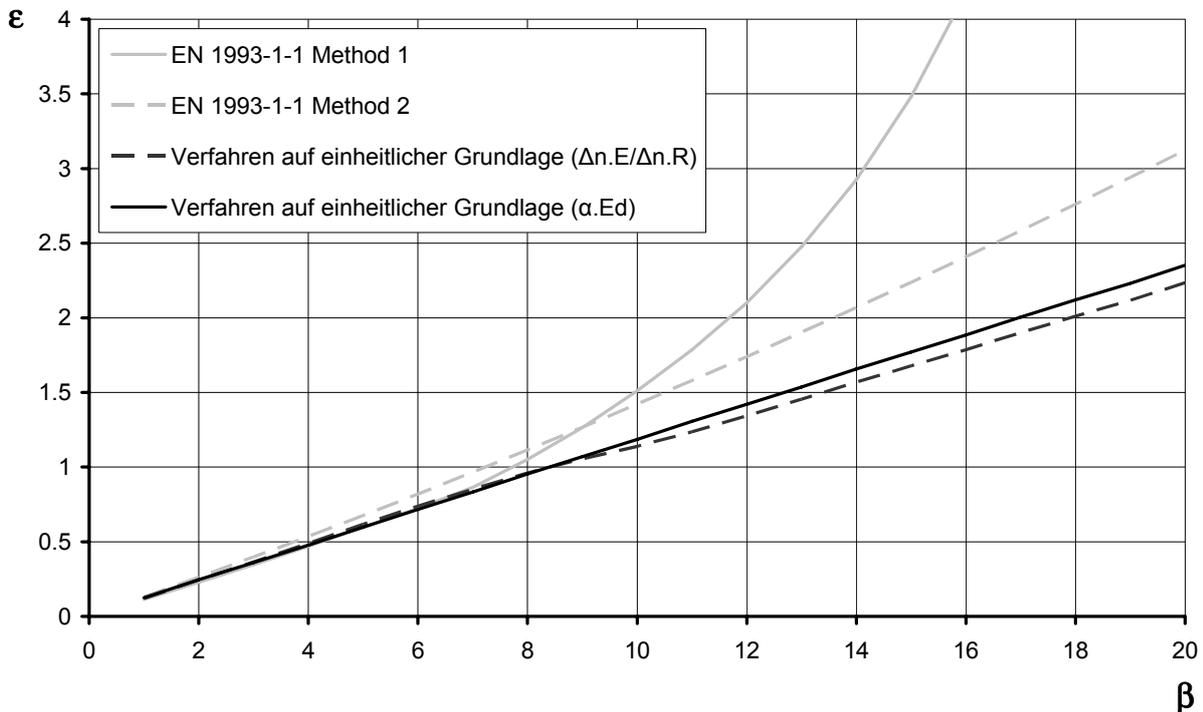


Bild 3.6: Spiegelung der Eurocode-Regeln (Methode 1 und 2) an dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage (numerisches Verfahren (α_{Ed}) und Näherungsverfahren ($\Delta n_E / \Delta n_R$)); Beispiel 1

Bild 3.7 zeigt die jeweiligen Ausnutzungsgrade ε gemäß EN 1993-1-1 für ein Versagen in Haupttragrichtung (Gleichung (6.61)) und ein Versagen in Querrichtung (Gleichung (6.62)) nach Anhang A bzw. B.

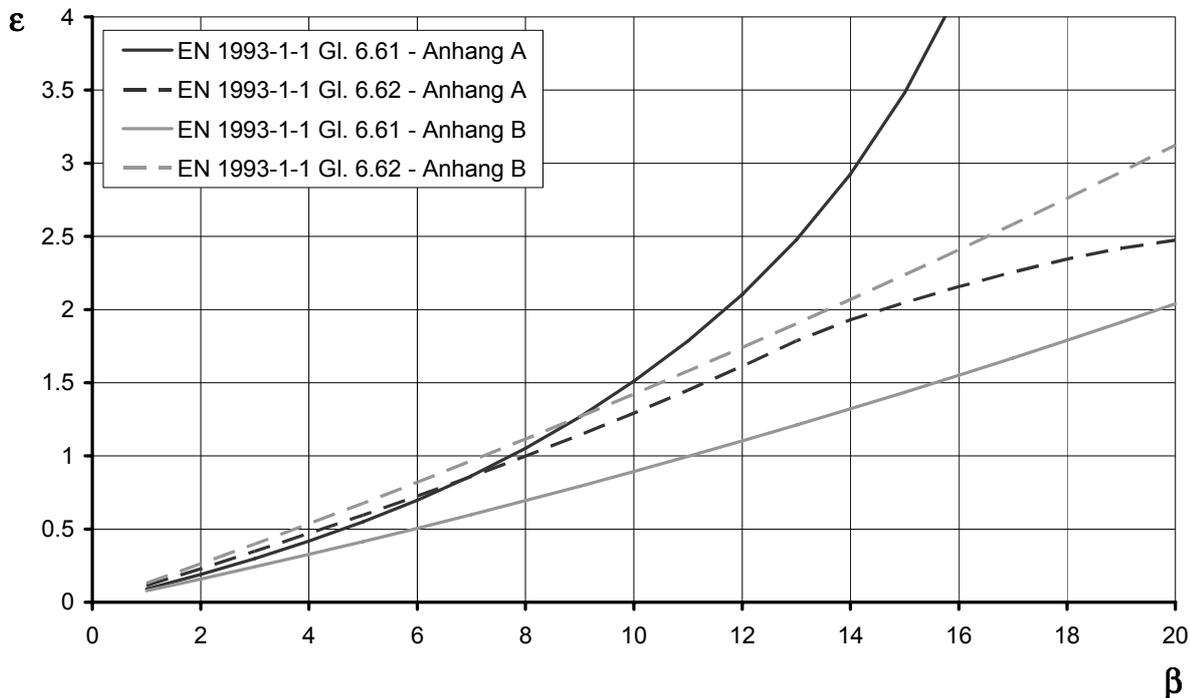


Bild 3.7: Ausnutzungsgrad in Haupt- und Querrichtung gemäß Eurocode 3 - Teil 1-1 Gleichung 6.61 und Gleichung 6.62 nach Methode 1 und 2; Beispiel 1

Anmerkung: Bei dem „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“ gemäß Tabelle 3.2 sind für die Schnittgrößen in der Haupttragebene die Effekte aus Theorie 2. Ordnung mit zu berücksichtigen. Diese Effekte entsprechen in Ihrer Form Gleichung (3.35) und weisen somit ein nichtlineares Verhalten auf. Im Verhältnis zu den Stabilitätseffekten in Querrichtung spielt ihr Einfluss jedoch, bezogen auf die Beurteilung der Tragfähigkeit, eine untergeordnete Rolle. Die Extrapolation des berechneten Ergebnisses auf ein anderes Lastniveau ist somit in sehr guter Näherung möglich, was sich in dem fast perfekt linearem Verlauf der $\varepsilon(\alpha_{Ed})$ -Funktion in Bild 3.6 widerspiegelt.

3.5.3 Stabilitätsnachweis nach EN 1993-1-1 Abs. 6.6.3 – Beispiel 2

Für den in Bild 3.8 dargestellten Träger mit beidseitiger Gabellagerung liegt eine in der Haupttragebene symmetrische Belastung vor. Da das Feldmoment $M_{y,S}$ größer als das Randmoment $M_{y,H}$ ist, liegt die maßgebende Bemessungsstelle, bei reiner Berücksichtigung der Belastung in der Haupttragebene, an der Stelle $x_d = \ell/2$. Durch die zusätzliche Querbiegebeanspruchung wandert die wahre Bemessungsstelle x_d jedoch in Richtung Auflager.

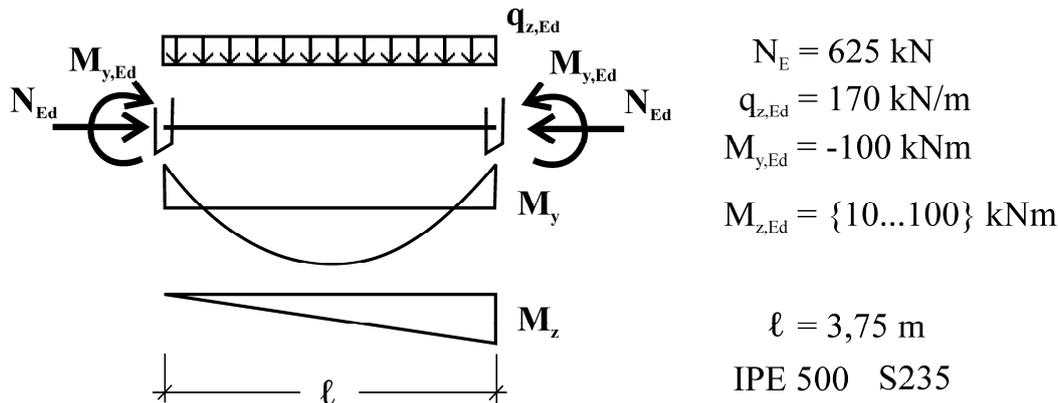


Bild 3.8: Berechnungsbeispiel 2

Dabei ist die genaue Stelle x_d von dem Momentenverhältnis $M_{y,S}/M_z$ abhängig. In Bild 3.9 ist die, mit Hilfe des Verfahrens auf einheitlicher Grundlage ermittelte, maßgebende Bemessungsstelle graphisch dargestellt.

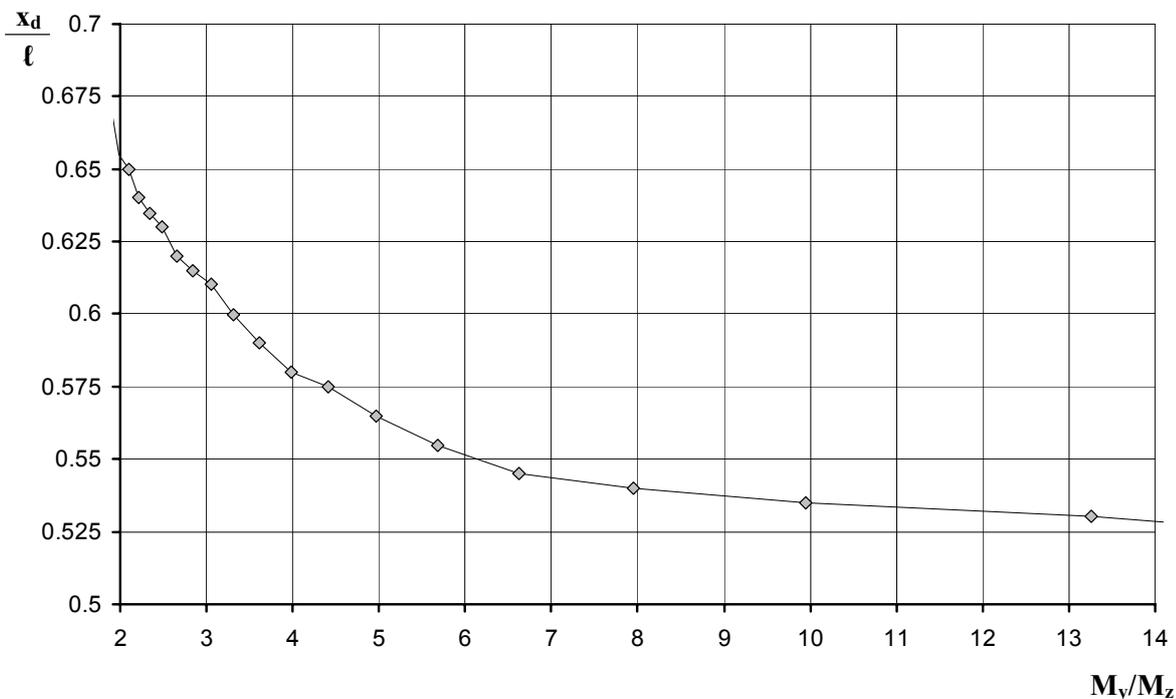


Bild 3.9: Maßgebende Bemessungsstelle x_d bei Variation des Querbiegemomentes $M_{z,Ed}$

Die sich aus der angegebenen Belastung für die einzelnen Verfahren ergebenden Ausnutzungsgrade ε sind in Bild 3.10 gegenübergestellt.

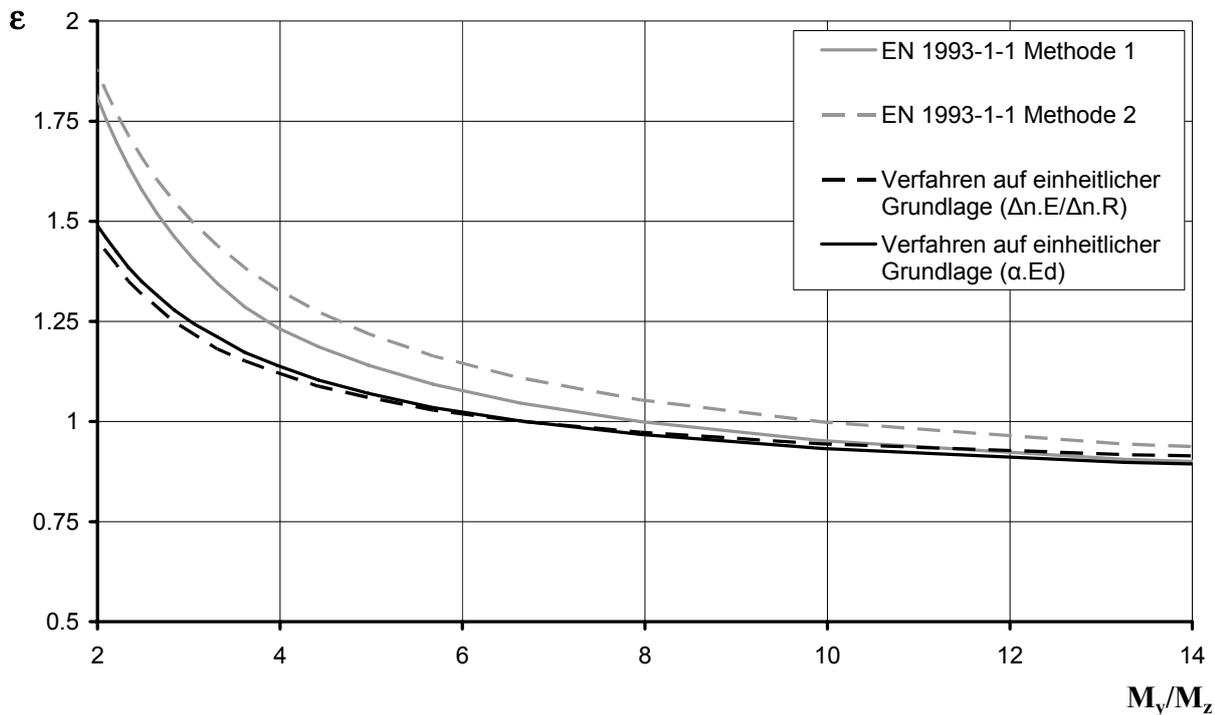


Bild 3.10: Spiegelung der Eurocode-Regeln (Methode 1 und 2) an dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage (numerisches Verfahren (α_{Ed}) und Näherungsverfahren ($\Delta n_E/\Delta n_R$)); Beispiel 2

Um die Unterschiede in den Ergebnissen richtig beurteilen zu können, werden, aufgrund des teilweise recht hohen Ausnutzungsgrades ε und die damit verbundenen Schlussfolgerungen gemäß Abschnitt 3.1.3.3, diejenigen Lasterhöhungsfaktoren α_{Ed} für die sich ein Ausnutzungsgrad von $\varepsilon = 1$ ergibt in Bild 3.11 einander gegenübergestellt.

Für Methode 1 und 2 wurden die Lasterhöhungsfaktoren $\alpha_{Ed}(\varepsilon = 1)$ iterativ durch Anpassung des Lastniveaus bestimmt. Für das Verfahren auf einheitlicher Grundlage konnten sie, gemäß den Schlussfolgerungen aus Abschnitt 3.1.3.3, mit $\alpha_{Ed} = 1/\varepsilon$ direkt bestimmt werden.

Lag der Unterschied für ein Momentenverhältnis von $M_y/M_z = 2$ zwischen Methode 1 und dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage in Bild 3.10 noch bei 20,3%, so liegt er nach der iterativen Bestimmung des Lasterhöhungsfaktor α_{Ed} nur noch bei 7,9%.

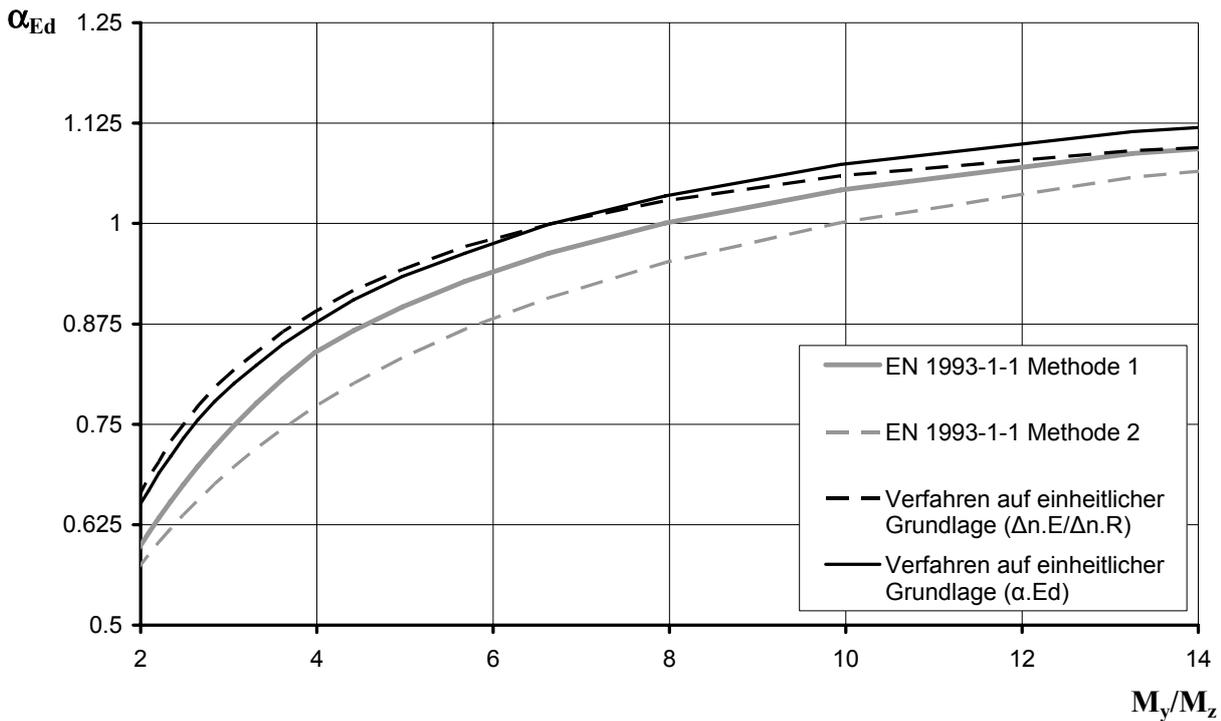


Bild 3.11: Spiegelung der Verfahren Beispiel 2; Benötigter Lasterhöhungsfaktors α_{Ed} zur Erreichung eines Ausnutzungsgrades $\varepsilon = 1$

3.5.4 Stabilitätsnachweis nach EN 1993-1-1 Abs. 6.6.3 – Beispiel 3

Das dritte Beispiel ist ein Träger unter zweiachsiger Biegung und Normalkraft gemäß Bild 3.12. für den das Randspannungsverhältnis ψ variiert wird.

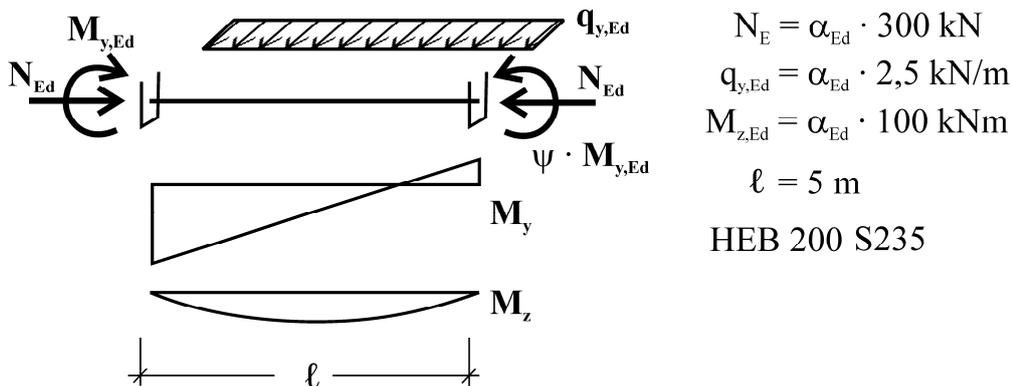


Bild 3.12: Berechnungsbeispiel 3 – Variation des Randmomentenverhältnisses ψ

Bild 3.13 zeigt die Spiegelung der Berechnungsergebnisse nach EN 1993-1-1 Methode 1 und 2 an dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage und Bild 3.14 gibt die mit Hilfe des Verfahrens auf einheitlicher Grundlage ermittelten Bemessungsstellen x_d an.

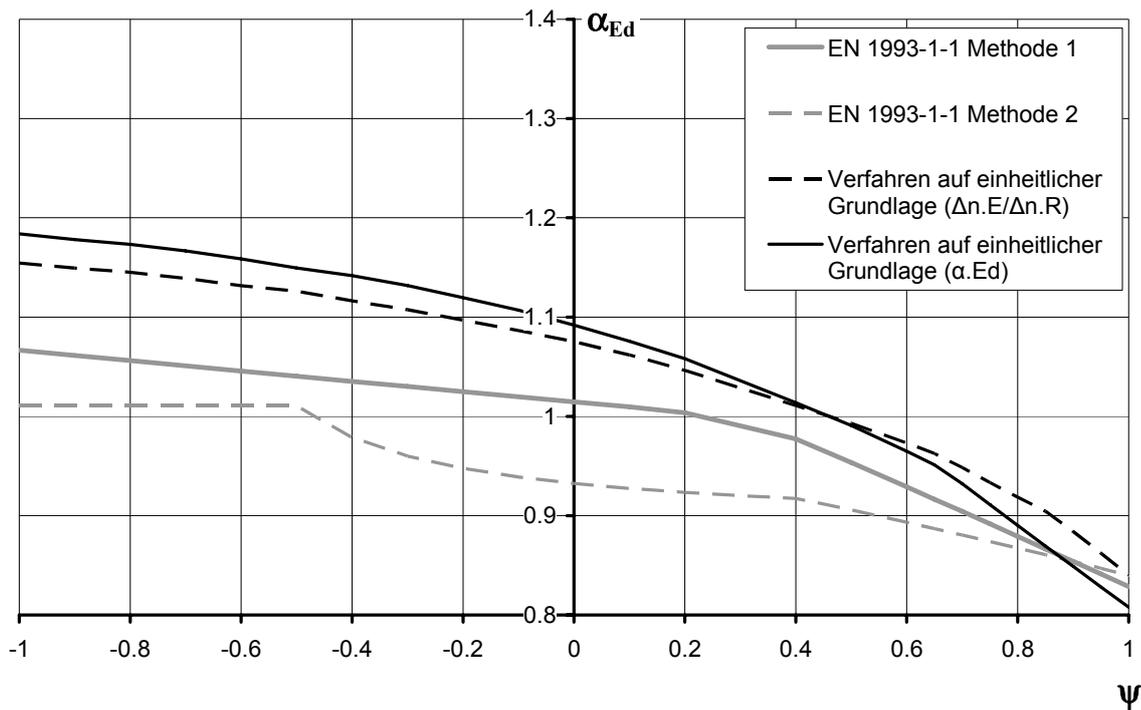


Bild 3.13: Spiegelung der Eurocode-Regeln (Methode 1 und 2) an dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage (numerisches Verfahren (α_{Ed}) und Näherungsverfahren ($\Delta n_E/\Delta n_R$)); Beispiel 3

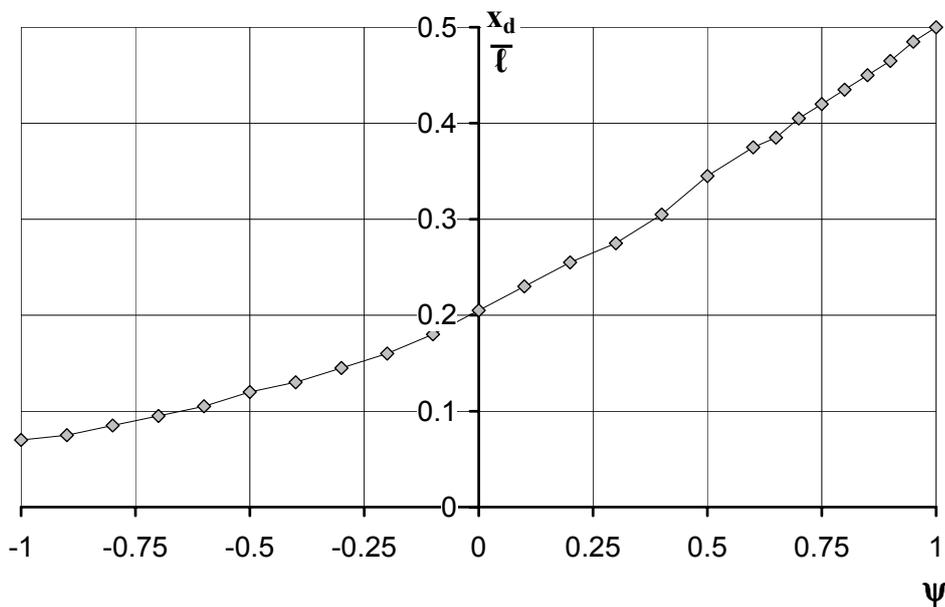


Bild 3.14: Maßgebende Bemessungsstelle x_d für Beispiel 3

3.5.5 Stabilitätsnachweis nach EN 1993-1-1 Abs. 6.6.3 – Beispiel 4

Das vierte Beispiel ist ein Träger der Länge $\ell = 7 \div 15 \text{ m}$ unter zweiachsiger Biegung gemäß Bild 3.15.

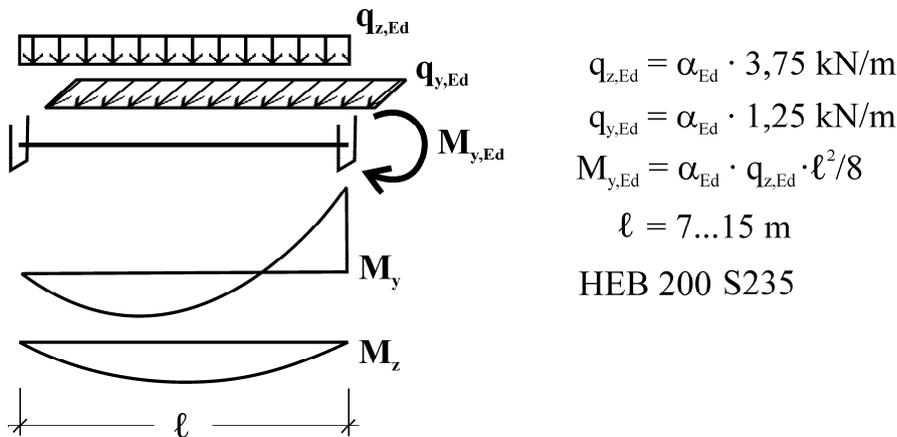


Bild 3.15: Berechnungsbeispiel 4

Bild 3.16 zeigt die Spiegelung der Berechnungsergebnisse nach EN 1993-1-1 Methode 1 und 2 an dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage.

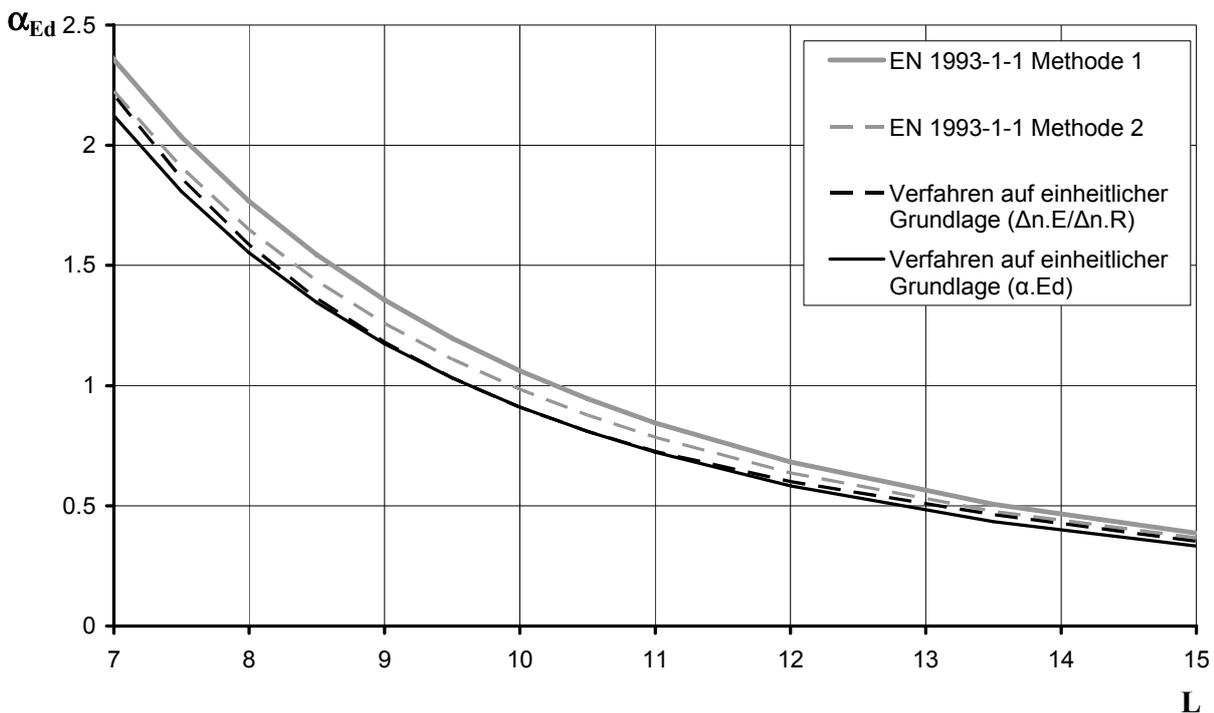


Bild 3.16: Spiegelung der Eurocode-Regeln (Methode 1 und 2) an dem Verfahren mit einheitlicher Grundlage (numerisches Verfahren (α_{Ed}) und Näherungsverfahren ($\Delta n_E/\Delta n_R$)); Beispiel 4

3.5.6 Stabile Längen nach EN 1993-1-1 Abs. 6.3.5.3

In diesem Abschnitt werden die „Stabilen Längen“ die sich aus den Nachweisgleichungen in EN 1993-1-1 Abschnitt 6.3.5.3 ergeben und diejenigen die sich bei einer iterativen Anwendung des „Verfahrens auf einheitlicher Grundlage“ ergeben, gegenübergestellt.

Die Bilder 3.17 und 3.18 veranschaulichen die Unterschiede der beiden Verfahren anhand von zwei Beispielen, wobei folgende Bezeichnungen verwendet wurden:

- GM „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“ (General Methode)
- GM (l.t = 0) „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“ unter Vernachlässigung der Saint Venant’schen Torsionssteifigkeit bei der Ermittlung des kritischen Biegedrillknickmomentes M_{cr}
- EC3-1-1 Stabile Länge gemäß EN 1993 Teil 1-1, Abs. 6.3.5.3, Gl. (6.68)

Wie zu erkennen liefert Gleichung (6.68) eine überwiegend konservative Abschätzung der stabilen Länge. Lediglich für nahezu konstante Biegemomentenverläufe ($\psi > 0,875$) liefert die Gleichung Werte auf der unsicheren Seite, was sich ebenfalls in den unterschiedlichen Plateaulängen von $\chi_{LT,mod}$ und $\chi_{LT,GM}$ in Bild 2.40 und Bild 2.41 widerspiegelt.

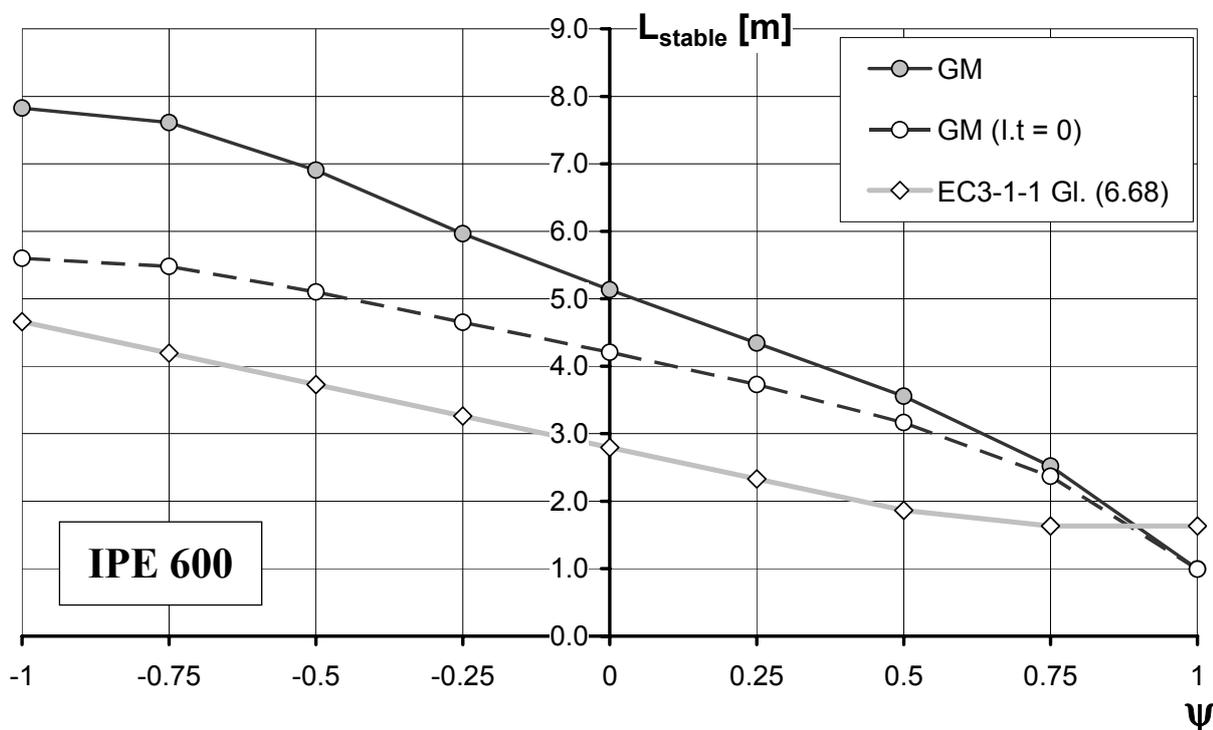


Bild 3.17: Stabile Länge eines gabelgelagerten Träger (IPE 600) mit Randmomenten

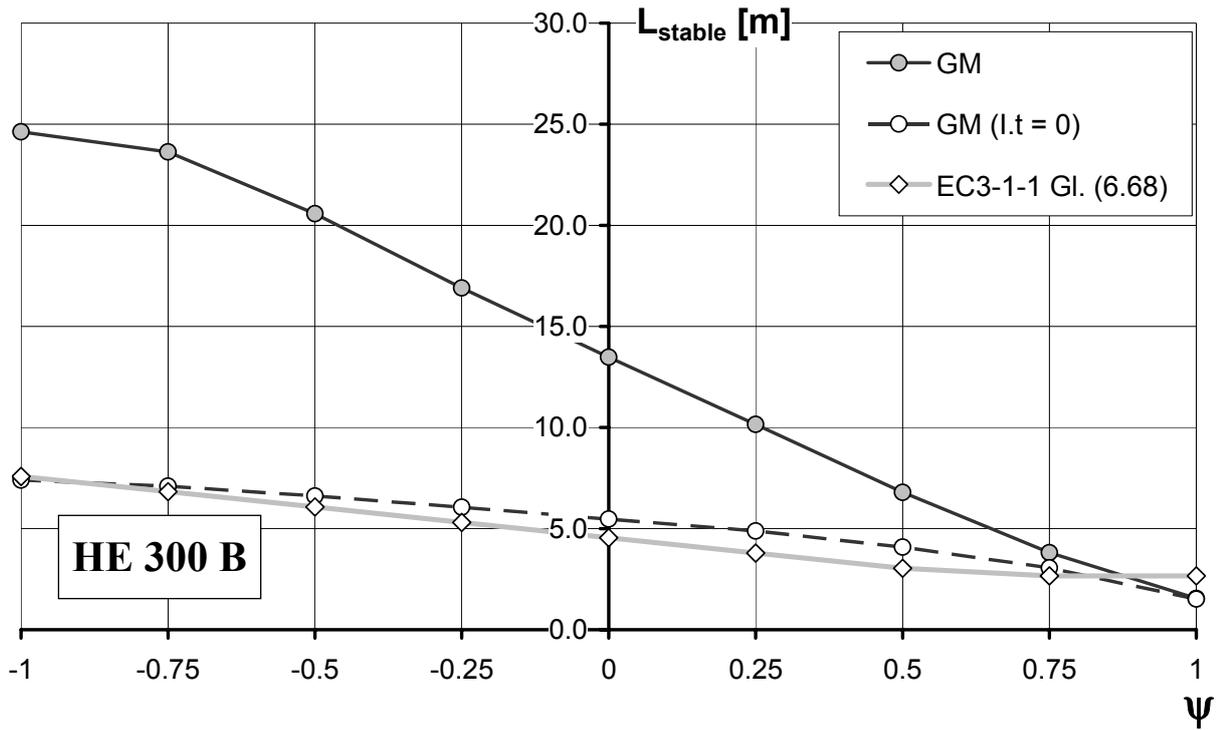


Bild 3.18: Stabile Länge eines gabelgelagerten Trägers (HEB 300) mit Randmomenten

3.5.7 Stabile Längen nach EN 1993-1-1 Anhang BB.3

Zur Überprüfung der Nachweisgleichung für „Größtabstände bei Abstützmaßnahmen für Bauteile mit Fließgelenken gegen Knicken aus der Ebene“ nach Anhang BB.3 wird die Stütze eines Stahlrahmens gemäß Bild 3.19 untersucht. Die Stütze ist durch eine seitliche Abstützung mit Drehbehinderung in die zwei Abschnittslängen L_1 und L_2 unterteilt.

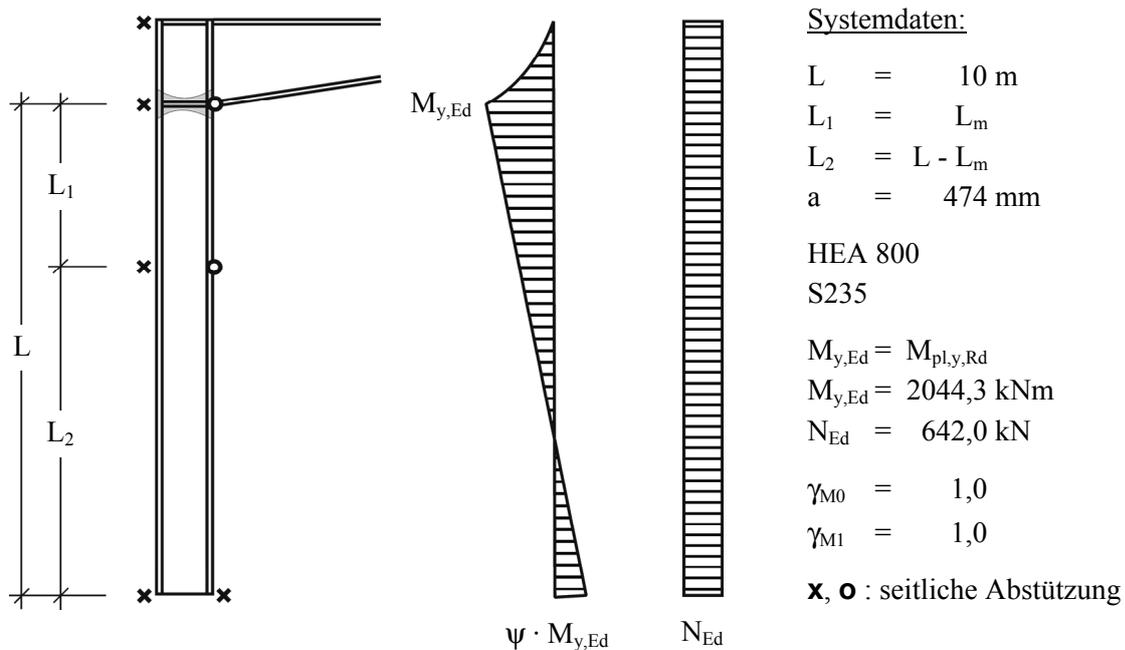


Bild 3.19: Stütze eines Hallenrahmens unter Normalkraft- und Biegebeanspruchung

Gemäß Anhang BB.3 Abschnitt BB.3.1.1 kann der Biegedrillknicknachweis für den ersten Stützenabschnitt entfallen, wenn die Abschnittslänge L_1 kleiner-gleich der stabilen Abschnittslänge

$$L_m = \frac{38 \cdot i_z}{\sqrt{\frac{1}{57,4} \cdot \left(\frac{N_{Ed}}{A}\right) + \frac{1}{756 \cdot C_1^2} \left(\frac{W_{pl,y}^2}{A \cdot I_t}\right) \cdot \left(\frac{f_y}{235}\right)^2}}$$

ist und zusätzlich der Größtabstand zwischen den Verdrehbehinderungen

$$L_s = \sqrt{C_m} L_k \cdot \left(\frac{M_{pl,y,Rk}}{M_{N,y,Rk} + a \cdot N_{Ed}} \right)$$

mit

$$L_k = \frac{\left(5,4 + \frac{600 \cdot f_y}{E}\right) \cdot \left(\frac{h}{t_f}\right) \cdot i_z}{\sqrt{5,4 \cdot \left(\frac{f_y}{E}\right) \cdot \left(\frac{h}{t_f}\right)^2 - 1}}$$

eingehalten wird. Der Stabilitätsnachweis der gesamten Stütze ist somit erbracht, wenn der Nachweis für den zweiten Stützenabschnitt (L_2) gemäß EN 1993-1-1 Abs. 6.3 erbracht wird.

Tabelle 3.3 fasst die anhand von verschiedenen Nachweisverfahren ermittelten Ausnutzungsgrade der Stütze für eine Parametervariation von $\psi = 0,25$ bis $-0,50$ zusammen. Die Werte in den Klammern beziehen sich dabei auf den Nachweis des zweiten (unteren) Stützenabschnitts, die Werte darüber auf den ersten Stützenabschnitt.

Wie zu erkennen ist, erfüllt der erste Stützenabschnitt keinen der Nachweise, obwohl die Mindestabstände für seitliche Abstützung L_m und Drehbehinderung L_s eingehalten wurden. Den niedrigsten Ausnutzungsgrad liefert dabei jeweils das „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“ unter Verwendung einer nichtlinearen M - N -Interaktion zur Ermittlung des Lasterhöhungsfaktors $\alpha_{ult,k}$.

Anhand des vorliegenden Beispiels wird klar, dass die Gleichungen nach Anhang BB.3 keine konservative Abschätzung der „Stabilen Abschnittslänge“ angeben, sondern vielmehr das Stabilitätsverhalten günstiger beurteilen als dies die sonstigen Nachweisverfahren (Methode 1 und 2 sowie „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“) tun. Für eine genaue Beurteilung der Formeln ist jedoch eine umfangreichere Parameterstudie nötig.

Tabelle 3.3: Ausnutzungsgrade ε infolge M-N-Interaktion unter Berücksichtigung von Stabilität

ψ [-]	L_m [m]	L_s [m]	EN 1993-1-1, Abs. 6.3.3, Gl. (6.6.1) und (6.62)				Verfahren auf einheitlicher Grundlage	
			Anhang A (Methode 1)		Anhang B (Methode 2)		lineare M-N- Interaktion	nichtlineare M-N- Interaktion
			$\varepsilon (\chi_{LT})$	$\varepsilon (\chi_{LT,mod})$	$\varepsilon (\chi_{LT})$	$\varepsilon (\chi_{LT,mod})$	$\varepsilon (\chi_{LT,GM})$	$\varepsilon (\chi_{LT,GM})$
0,250	3,176	6,414	1,159 (1,077)	1,074 (0,944)	1,186 (1,125)	1,100 (0,996)	1,156 $x_d = 1,20m$	1,067 $x_d = 1,25m$
0,125	3,284	6,694	1,160 (0,962)	1,072 (0,832)	1,190 (1,029)	1,100 (0,901)	1,144 $x_d = 1,00m$	1,050 $x_d = 1,05m$
0,000	3,388	6,993	1,161 (0,864)	1,070 (0,738)	1,193 (0,933)	1,101 (0,808)	1,133 $x_d = 0,85m$	1,041 $x_d = 0,90m$
-0,125	3,481	7,313	1,161 (0,770)	1,068 (0,669)	1,195 (0,838)	1,101 (0,738)	1,123 $x_d = 0,70m$	1,031 $x_d = 0,75m$
-0,250	3,561	7,652	1,160 (0,682)	1,066 (0,608)	1,196 (0,738)	1,101 (0,666)	1,119 $x_d = 0,60m$	1,026 $x_d = 0,65m$
-0,375	3,627	8,012	1,158 (0,603)	1,064 (0,547)	1,197 (0,666)	1,101 (0,610)	1,113 $x_d = 0,50m$	1,026 $x_d = 0,60m$
-0,500	3,677	8,391	1,154 (0,595)	1,062 (0,541)	1,196 (0,663)	1,101 (0,608)	1,117 $x_d = 0,50m$	1,022 $x_d = 55m$

Die Werte in den Klammern (...) beziehen sich auf den zweiten Stützenabschnitt (L_2).
 Beim „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“ wurde der Lasterhöhungsfaktor $\alpha_{ult,k}$ auf zwei unterschiedliche Weisen bestimmt: 1. unter Verwendung einer linearen M-N-Interaktion
 2. unter Verwendung einer nichtlinearen M-N-Interaktion

4 Versuchsauswertungen

4.1 Symmetrische offene Profile unter einachsialer Biegung

4.1.1 Versuchsbeschreibung

Der Hintergrundbericht zum Eurocode 3 Teil 1-1 [14] umfasst eine Reihe von Biegedrillknickversuchen, die von verschiedenen Autoren durchgeführt in den Jahren zwischen 1969 - 1984 veröffentlicht wurden. Von diesen Versuchsreihen wurden 144 Versuche mit gewalzten und 71 Versuche mit geschweißten Trägern von den Autoren des Hintergrundberichtes für ausreichend dokumentiert befunden, um für eine statistischen Auswertung der damaligen Vorschläge zur Erstellung einer einheitliche Europäische Biegedrillknickkurve berücksichtigt werden zu können. Dieselben Versuchsdaten werden im Folgenden zur Zuverlässigkeitsuntersuchung der Standardisierten Europäischen Biegedrillknickkurve $\chi_{LT,GM}$ nach Kapitel 2.3 verwendet.

Bild 4.1 zeigt die statischen Systeme der verschiedenen Versuchstypen.

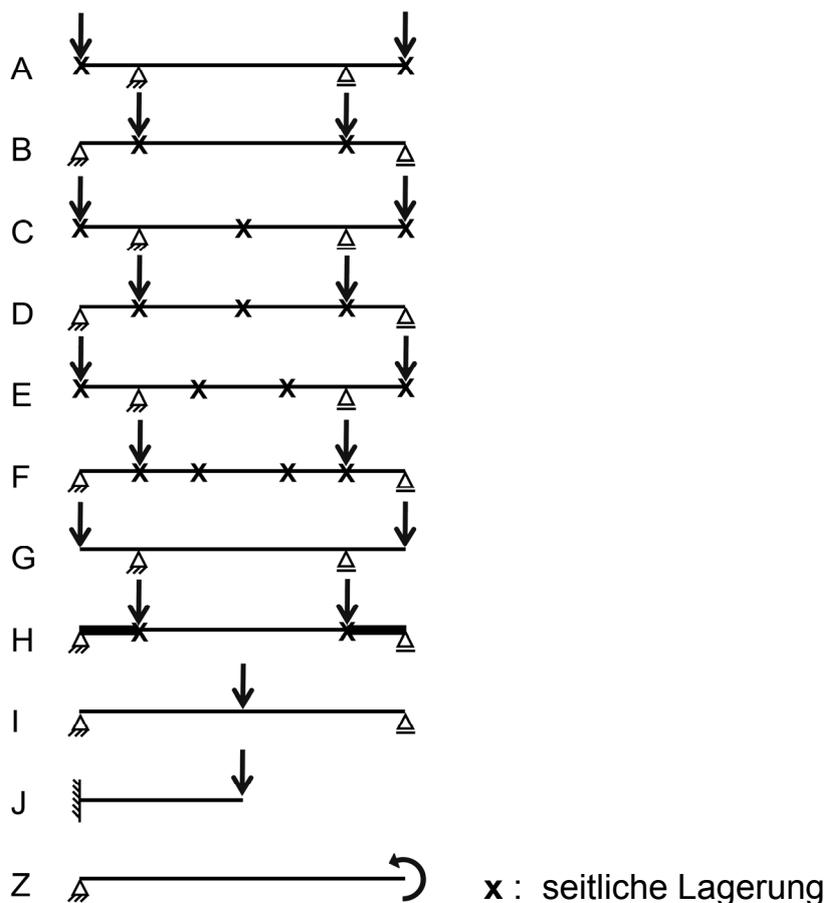


Bild 4.1: Lasteinleitungs- und Lagerungsbedingungen der in [14] zusammengefassten Versuche

4.1.2 Versuchs- und Berechnungsergebnisse – gewalzte Träger

In Tabelle 4.1 sind die wesentlichen Versuchs- und Berechnungsergebnisse der Versuche an gewalzten Trägern zusammengefasst. Als Grundlage für die Bemessung dienen die gemessenen Geometrie- und Materialkennwerte.

In Bild 4.2 ist die Auswertung aller 144 Versuche mit der „Standardisierten Europäischen Biegedrillknickkurve“ graphisch dargestellt und Tabelle 4.2 zeigt die Ableitung der χ_M -Werte für diese Fälle nach EN 1990, Anhang D.

Tabelle 4.1: Versuchsdaten und Berechnungsergebnisse; BDK von gewalzten Trägern

Nr.	Profil	Typ	L_{eff} [mm]	z_g [mm]	$f_{y,gem}$ [N/mm ²]	M_{exp} [kNm]	$M_{pl,R,gem}$ [kNm]	$M_{cr,gem}$ [kNm]	ϵ_{lt} [-]	$\chi_{LT,GM}$ [-]	r_e/r_t [-]
516	UB 203 x 133 x 25	A	2870	0	505,0	90,4	139,9	91,0	1,291	0,484	1,336
517	UB 203 x 133 x 25	A	2880	0	505,0	83,9	141,4	90,5	1,293	0,478	1,241
518	UB 203 x 133 x 25	A	2510	0	505,0	103,5	140,4	113,9	1,229	0,556	1,326
519	UB 203 x 133 x 25	A	2510	0	505,0	102,5	140,4	113,9	1,229	0,556	1,313
520	UB 203 x 133 x 25	A	1950	0	505,0	131,1	140,4	173,3	1,144	0,682	1,368
521	UB 203 x 133 x 25	A	1950	0	505,0	130,6	140,4	173,3	1,144	0,682	1,363
522	UC 152 x 152 x 30	A	1430	0	581,0	153,8	157,2	436,6	1,130	0,804	1,217
523	UC 203 x 203 x 86	A	2260	0	457,0	457,2	464,8	1786,9	1,366	0,874	1,125
524	UC 203 x 203 x 86	A	2260	0	457,0	468,3	464,8	1786,9	1,366	0,874	1,153
525	UC 203 x 203 x 86	A	1420	0	457,0	464,7	460,2	3651,7	1,158	0,931	1,085
526	UC 203 x 203 x 86	A	1420	0	457,0	485,9	460,2	3651,7	1,158	0,931	1,134
527	UB 305 x 102 x 28	A	2510	0	516,0	105,9	221,4	93,3	1,237	0,341	1,402
528	UB 305 x 102 x 28	A	2510	0	516,0	96,8	221,4	93,3	1,237	0,341	1,282
529	UB 305 x 102 x 28	A	2190	0	516,0	118,5	221,4	117,9	1,185	0,409	1,309
530	UB 305 x 102 x 28	A	2190	0	516,0	126,3	221,4	117,9	1,185	0,409	1,395
531	UB 305 x 102 x 28	A	1380	0	516,0	190	220,3	266,1	1,077	0,667	1,294
532	UB 305 x 102 x 28	A	1380	0	516,0	180,8	220,3	266,1	1,077	0,667	1,231
535	UB 305 x 102 x 28	A	970	0	516,0	204,6	220,3	521,5	1,039	0,816	1,138
536	UB 305 x 102 x 28	A	970	0	516,0	235,6	220,3	521,5	1,039	0,816	1,310
537	UB 203 x 133 x 25	A	1230	0	505,0	138,3	141,4	420,3	1,060	0,854	1,145
538	UC 152 x 152 x 30	A	1430	0	471,0	127,3	121	460,0	1,130	0,851	1,236
752	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	1500	0	305,1	56,9	61,1	132,9	1,170	0,818	1,139
753	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	1500	0	305,1	56	61,1	132,9	1,170	0,818	1,121
754	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2000	0	257,0	46,3	51,4	81,4	1,287	0,767	1,175

noch Tabelle 4.1: Versuchsdaten und Berechnungsergebnisse; BDK von gewalzten Trägern

Nr.	Profil	Typ	L_{eff} [mm]	Z_g [mm]	$f_{y,\text{gem}}$ [N/mm ²]	M_{exp} [kNm]	$M_{\text{pl,R,gem}}$ [kNm]	$M_{\text{cr,gem}}$ [kNm]	ϵ_{lt} [-]	$\chi_{\text{LT,GM}}$ [-]	r_c/r_t [-]
755	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2000	0	292,3	46,2	58,5	81,4	1,287	0,734	1,076
756	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2000	0	278,9	46,8	55,8	81,4	1,287	0,746	1,124
758	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2500	0	257,0	43,5	51,4	57,1	1,423	0,683	1,239
759	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2500	0	292,3	45,2	58,5	57,1	1,423	0,640	1,207
760	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2500	0	278,9	43,9	55,8	57,2	1,423	0,656	1,199
761	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2500	0	305,1	49,2	61,1	57,1	1,423	0,625	1,289
762	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	3000	0	270,8	43,6	54,2	43,6	1,573	0,582	1,381
763	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	3000	0	292,3	39,8	58,5	43,6	1,573	0,553	1,229
764	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	3000	0	292,3	44,4	58,5	43,6	1,573	0,553	1,371
765	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	3500	0	265,9	37,7	53,2	35,1	1,734	0,517	1,370
766	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	3500	0	292,3	37	58,5	35,1	1,734	0,481	1,314
767	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	3500	0	292,3	38,8	58,5	35,1	1,734	0,481	1,378
768	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	4000	0	275,6	32,1	55,2	29,4	1,903	0,443	1,312
769	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	4000	0	289,3	32,2	57,9	29,3	1,903	0,426	1,306
770	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	4000	0	292,3	32	58,5	29,4	1,903	0,422	1,295
771	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	5000	0	282,5	24,3	56,5	22,1	2,258	0,348	1,236
772	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	8000	0	270,7	13,6	54,2	12,9	3,390	0,225	1,117
773	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	3500	-100	282,5	35,1	56,5	32,7	1,490	0,456	1,364
774	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	2200	-100	304,1	50,9	60,9	61,4	1,240	0,631	1,324
775	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	2800	-100	299,2	45,5	59,9	45,7	1,353	0,545	1,393
776	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	2800	0	304,1	48,2	60,9	64,1	1,512	0,674	1,175
777	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	2400	0	304,1	50,1	60,9	81,1	1,394	0,734	1,121
778	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	3200	0	304,1	43,5	60,9	53,7	1,637	0,621	1,150
779	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	3700	0	314,9	47,1	63	47,5	1,801	0,572	1,306
781	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	4400	0	274,7	32,1	55	34,7	2,043	0,514	1,136
782	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	4800	0	298,2	34,4	59,7	31,0	2,186	0,443	1,302
783	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	3700	100	304,1	50,2	60,9	61,1	1,177	0,622	1,325
784	H 200 x 100 x 5,5 x 8	I	5500	100	304,1	37,2	60,9	34,2	1,295	0,433	1,410
1177	H 200 x 100 x 5,5 x 8	H	3000	0	306,3	39,7	63,5	42,6	1,573	0,514	1,216
718	H 200 x 100 x 5,5 x 8	A	820	0	312,9	66,4	62,6	405,6	1,054	0,932	1,138
719	H 200 x 100 x 5,5 x 8	A	1070	0	312,9	65,2	62,6	245,6	1,090	0,890	1,170
720	H 200 x 100 x 5,5 x 8	A	1320	0	338,4	64,8	67,7	166,9	1,134	0,835	1,147
721	H 200 x 100 x 5,5 x 8	A	1830	0	304,1	55,9	60,9	94,4	1,245	0,757	1,213
1204	UB 254 x 146 x 37	B	2000	0	289,9	134,7	140,6	413,7	1,131	0,860	1,114
1205	UB 254 x 146 x 37	B	1670	0	292,6	134,6	141,9	572,2	1,093	0,894	1,061
1206	UB 254 x 146 x 37	B	2330	0	292,6	125,3	141,9	315,2	1,175	0,822	1,074
540	UB 254 x 146 x 43	I	6100	-219	302,1	87	175,4	85,1	1,825	0,408	1,216
541	UB 254 x 146 x 43	I	3050	-219	302,1	141,4	175,4	173,3	1,291	0,630	1,279
542	UB 254 x 146 x 43	I	3660	-219	302,1	132,9	175,4	140,1	1,392	0,565	1,340
543	UB 254 x 146 x 43	I	2440	-219	302,1	143,5	175,4	232,3	1,199	0,710	1,153

noch Tabelle 4.1: Versuchsdaten und Berechnungsergebnisse; BDK von gewalzten Trägern

Nr.	Profil	Typ	L_{eff} [mm]	Z_g [mm]	$f_{y,gem}$ [N/mm ²]	M_{exp} [kNm]	$M_{pl,R,gem}$ [kNm]	$M_{cr,gem}$ [kNm]	ϵ_{lt} [-]	$\chi_{LT,GM}$ [-]	r_e/r_t [-]
544	UB 254 x 146 x 43	I	3050	-219	302,1	148,1	175,3	173,2	1,291	0,630	1,340
545	UB 254 x 146 x 43	I	3660	-219	302,1	128,5	175,5	140,1	1,392	0,565	1,295
601	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2000	0	262,0	47,5	52,8	87,5	1,287	0,777	1,158
602	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2500	0	262,0	44,6	52,8	62,3	1,423	0,702	1,204
603	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	3000	0	276,0	44,8	55,6	48,1	1,573	0,609	1,322
604	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	3500	0	271,0	36,6	54,6	37,1	1,734	0,528	1,269
605	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	4000	0	281,0	32,9	56,6	33,0	1,903	0,477	1,219
606	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	5000	0	289,0	25,1	58,3	25,2	2,258	0,379	1,136
607	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	8000	0	275,0	13,9	55,6	14,8	3,390	0,251	0,995
608	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2000	0	298,0	47,1	59,7	37,5	1,287	0,471	1,676
609	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	2500	0	298,0	46,1	59,7	62,3	1,423	0,662	1,166
610	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	3000	0	298,0	40,6	59,7	48,1	1,573	0,583	1,167
611	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	3500	0	298,0	37,8	59,7	39,1	1,734	0,514	1,231
612	H 200 x 100 x 5,5 x 8	G	4000	0	298,0	33,2	59,7	33,0	1,903	0,457	1,216
722	H 200 x 100 x 5,5 x 8	B	740	0	297,2	58	59,5	508,7	1,044	0,951	1,026
723	H 200 x 100 x 5,5 x 8	B	900	0	297,2	58,3	59,5	350,5	1,064	0,926	1,059
724	H 200 x 100 x 5,5 x 8	B	1070	0	304,1	57	60,9	241,5	1,090	0,892	1,050
725	H 200 x 100 x 5,5 x 8	B	900	0	282,5	53,9	56,5	347,9	1,064	0,929	1,027
726	H-194*150*6*9	B	1140	0	195,2	61,6	57,8	682,9	1,048	0,969	1,100
733	H 200 x 100 x 5,5 x 8	D	820	0	304,1	57,8	60,9	393,2	1,054	0,932	1,018
734	H 200 x 100 x 5,5 x 8	D	820	0	282,5	54,3	56,5	417,5	1,054	0,942	1,021
735	H 200 x 100 x 5,5 x 8	D	1190	0	297,2	56,6	59,5	207,9	1,110	0,879	1,082
749	H 200 x 100 x 5,5 x 8	F	900	0	310,0	59	62,1	335,6	1,064	0,919	1,034
750	H 200 x 100 x 5,5 x 8	F	700	0	294,3	56,7	58,9	518,7	1,039	0,952	1,011
751	H-194*150*6*9	F	1400	0	195,2	57	57,8	464,1	1,072	0,948	1,040
1003	IPE 200	I	1800	-130	337,0	69,8	76,3	93,8	1,226	0,692	1,322
1004	IPE 200	I	2800	-130	337,0	49	76,3	53,5	1,459	0,523	1,228
1005	IPE 200	I	2800	-130	337,0	49,9	76,3	53,5	1,459	0,523	1,250
1006	IPE 200	I	2000	-130	337,0	63,6	76,3	81,1	1,270	0,652	1,278
100B	IPE 200	I	2800	-130	292,0	43,8	64,5	50,7	1,459	0,565	1,202
100D	IPE 200	I	1800	-130	292,0	57	66,2	93,6	1,226	0,731	1,178
100E	IPE 200	I	2800	-130	292,0	43,7	66,2	46,6	1,459	0,524	1,259
1009	IPE 200	I	2800	-130	323,0	46,8	71,4	50,6	1,459	0,527	1,244
1010	IPE 200	I	2800	-130	323,0	52,6	73,2	53,5	1,459	0,538	1,335
1011	IPE 200	I	1800	-130	323,0	65,5	73,2	93,7	1,226	0,704	1,272
1012	IPE 200	I	1800	-130	323,0	59	73,2	93,7	1,226	0,704	1,146
3	IPE 200	I	4600	-130	260,0	48,3	57,6	63,9	1,903	0,723	1,161
4	IPE 200	I	4600	-130	260,0	49,5	56,7	64,1	1,903	0,729	1,198
5	IPE 200	I	4600	-130	264,0	49,5	56,8	64,1	1,903	0,728	1,197
6	IPE 200	I	4600	-130	264,0	50,6	57,3	64,0	1,903	0,725	1,218

noch Tabelle 4.1: Versuchsdaten und Berechnungsergebnisse; BDK von gewalzten Trägern

Nr.	Profil	Typ	L_{eff} [mm]	z_g [mm]	$f_{y,\text{gem}}$ [N/mm ²]	M_{exp} [kNm]	$M_{\text{pl,R.,gem}}$ [kNm]	$M_{\text{cr,gem}}$ [kNm]	ϵ_{lt} [-]	$\chi_{\text{LT,GM}}$ [-]	r_e/r_t [-]
7	IPE 200	I	4600	-130	260,0	46	56,3	64,0	1,903	0,730	1,118
9	IPE 200	I	3200	-130	259,0	49,6	56,2	78,6	1,557	0,763	1,156
11	IPE 200	I	3200	-130	258,0	52	56	78,6	1,557	0,764	1,215
14	IPE 200	I	3200	-130	256,0	50,4	56,5	70,6	1,557	0,732	1,219
16	IPE 200	I	3200	-130	258,0	48	55,6	78,4	1,557	0,765	1,128
17	IPE 200	I	3200	-130	259,0	47,2	55,9	78,4	1,557	0,764	1,105
32	IPE 100	I	2400	-70	371,0	14,4	15	18,3	2,292	0,776	1,236
33	IPE 100	I	2400	-70	374,0	12,6	15,3	18,4	2,292	0,772	1,067
35	IPE 100	I	2400	-70	377,0	12,6	15	17,0	2,292	0,753	1,115
37	IPE 100	I	2400	-70	380,0	13,2	15,5	18,7	2,292	0,773	1,102
42	IPE 100	I	1600	-70	384,0	14,4	15,8	23,5	1,789	0,797	1,143
43	IPE 100	I	1600	-70	384,0	14	15,8	23,7	1,789	0,799	1,108
45	IPE 100	I	1600	-70	383,0	14,4	15,8	23,6	1,789	0,798	1,141
56	IPE 100	I	4600	-70	384,0	8,97	15,9	10,1	3,486	0,554	1,018
57	IPE 100	I	4600	-70	386,0	9,09	15,7	9,9	3,486	0,551	1,051
58	IPE 100	I	4600	-70	388,0	8,74	16	10,1	3,486	0,551	0,991
EV1	IPE 200	I	4600	130	285,0	57,5	63,2	87,0	1,903	0,786	1,157
EV2	IPE 200	I	4600	130	285,0	58,7	63,9	87,2	1,903	0,784	1,172
EV3	IPE 100	I	2400	70	290,0	10,8	12	19,3	2,292	0,845	1,066
EV4	IPE 100	I	2400	70	290,0	10,8	12	19,3	2,292	0,845	1,066
1	IPE 200	Z	2300	130	260,0	58,6	56,5	309,0	1,452	0,940	1,104
2	IPE 200	Z	2300	130	250,0	55,2	53,5	309,0	1,452	0,943	1,094
18	IPE 200	Z	1600	130	260,0	55,2	55,4	576,0	1,239	0,968	1,030
19	IPE 200	Z	1600	130	260,0	55,2	55,8	576,0	1,239	0,967	1,023
20	IPE 200	Z	1600	130	260,0	56	55,1	576,0	1,239	0,968	1,050
501	IPE 80	J	4800	40	290,0	2,9	6,3	2,5	3,983	0,372	1,237
502	IPE 80	J	4800	40	290,0	2,8	6,3	2,5	3,983	0,372	1,195
503	IPE 80	J	4800	40	290,0	2,7	6,3	2,5	3,983	0,372	1,152
504	IPE 80	J	4800	40	290,0	2,7	6,3	2,5	3,983	0,372	1,152
505	IPE 80	J	4000	40	290,0	3,6	6,3	3,7	3,561	0,520	1,099
506	IPE 80	J	4000	40	290,0	3,4	6,3	3,7	3,561	0,520	1,038
507	IPE 80	J	3400	40	290,0	4,4	6,3	4,7	3,221	0,625	1,118
508	IPE 80	J	3400	40	290,0	4,2	6,3	4,7	3,221	0,625	1,067
509	IPE 80	J	2800	40	290,0	5,2	6,3	6,3	2,856	0,733	1,126
510	IPE 80	J	2800	40	290,0	5	6,3	6,3	2,856	0,733	1,083
511	IPE 80	J	2800	40	290,0	5,2	6,3	6,3	2,856	0,733	1,126
512	IPE 80	J	2000	40	290,0	5,6	6,3	7,3	2,320	0,763	1,164
513	IPE 80	J	2000	40	290,0	5,6	6,3	9,3	2,320	0,829	1,073
514	IPE 80	J	1200	40	290,0	6,3	6,3	15,1	1,720	0,878	1,139
515	IPE 80	J	1200	40	290,0	5,9	6,3	15,1	1,720	0,878	1,066

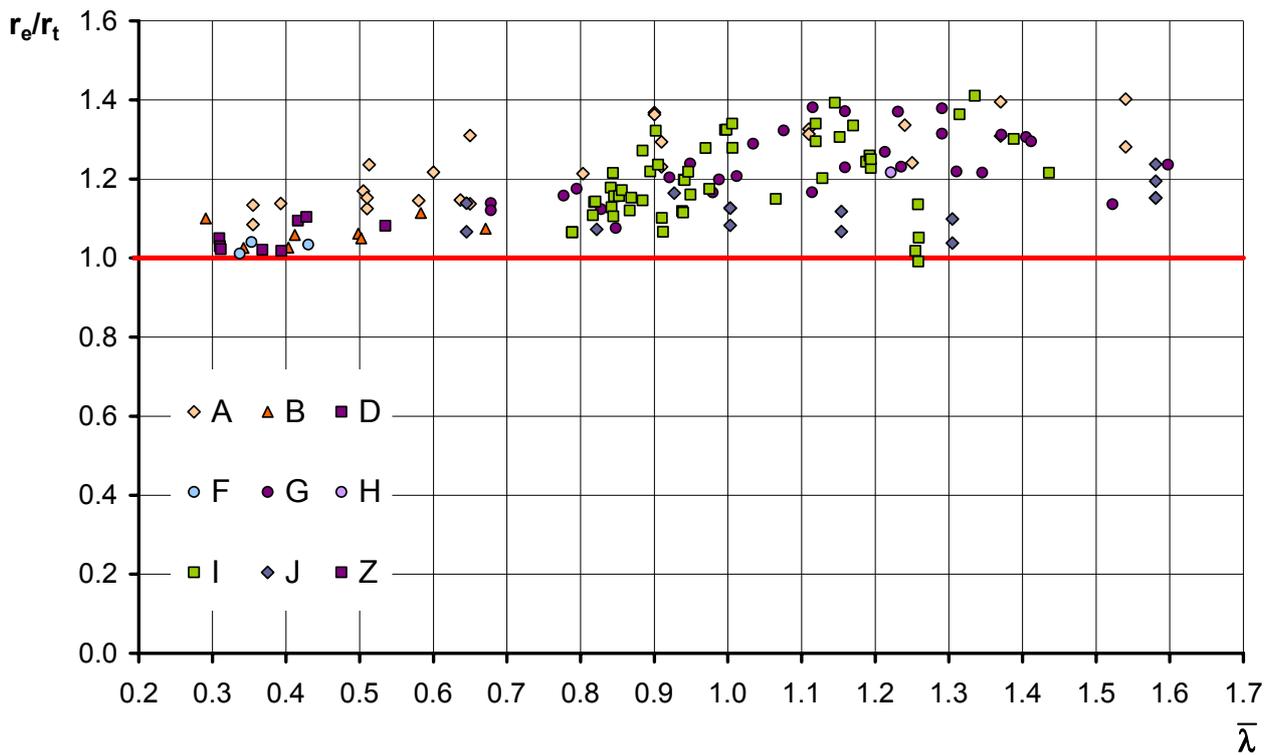


Bild 4.2: Biegedrillknicken von gewalzten Trägern; Versuchsauswertung r_e/r_t

Tabelle 4.2: Sicherheitsuntersuchung für Biegedrillknicken von gewalzten Trägern

Eingangsdaten					
$v_{rt} = 0,08$ (Geometrie und Streckgrenze)					
$v_{fy} = 0,07$ (Streckgrenze)					
EC3 Background Document 5.03P - Appendix I (N = 142)					
Standardnormalverteilung			log-Normalverteilung		
$\bar{b} = 1.164$		$s_b = 0.085$	$\bar{b} = 1.169$		$s_b = 0.092$
$v_b = 0.073$ (Modell)		$v_R = 0.109$ (gesamt)	$v_b = 0.078$ (Modell)		$v_R = 0.112$ (gesamt)
$\gamma_M = 1.227$	$\Delta k = 0.895$	$\gamma_M^* = 1.098$	$\gamma_M = 1.169$	$\Delta k = 0.896$	$\gamma_M^* = 1.048$

4.1.3 Versuchs- und Berechnungsergebnisse – geschweißte Träger

In Tabelle 4.3 sind die wesentlichen Versuchs- und Berechnungsergebnisse der Versuche an geschweißten Trägern zusammengefasst. Als Grundlage für die Bemessung dienten die gemessenen Geometrie- und Materialkennwerte.

In Bild 4.3 ist die Auswertung aller 71 Versuche mit der „Standardisierten Europäischen Biegedrillknickkurve“ graphisch dargestellt und Tabelle 4.4 zeigt die Ableitung der γ_M -Werte für diese Fälle nach EN 1990, Anhang D.

Tabelle 4.3: Versuchsdaten und Berechnungsergebnisse; BDK von geschweißten Trägern

Nr.	Profil	Typ	L_{eff} [mm]	z_g [mm]	$f_{y,gem}$ [N/mm ²]	M_{exp} [kNm]	$M_{pl,R,gem}$ [kNm]	$M_{cr,gem}$ [kNm]	ϵ_{lt} [-]	$\chi_{LT,GM}$ [-]	r_e/r_t [-]
1	S 454x220x6x12	B	1480	0	243,7	409,4	371,0	4504,6	1,014	0,960	1,216
2	S 454x220x6x12	B	1480	0	241,0	383,0	359,6	4504,6	1,014	0,962	1,161
3	S 250x125x12x12	B	1310	0	317,8	163,5	162,2	652,9	1,188	0,870	1,208
4	S 250x125x12x12	B	1060	0	317,8	162,2	162,2	951,7	1,126	0,906	1,151
5	S 250x125x12x12	B	900	0	317,8	162,2	162,2	1286,3	1,093	0,931	1,120
6	S 250x125x12x12	B	1310	0	387,5	194,8	197,7	652,3	1,188	0,844	1,217
7	S 250x125x12x12	B	1060	0	387,5	196,7	197,7	951,7	1,126	0,885	1,172
8	S 250x125x12x12	B	900	0	387,5	195,1	197,7	1286,3	1,093	0,913	1,127
9	S 250x125x12x12	B	1310	0	550,8	274,3	281,1	652,3	1,188	0,787	1,293
10	S 250x125x12x12	B	1060	0	550,8	277,1	281,1	951,7	1,126	0,841	1,223
11	S 250x125x12x12	B	900	0	550,8	274,6	281,1	1286,3	1,093	0,876	1,163
12	S 250x125x12x12	B	1310	0	863,3	421,1	440,5	652,3	1,188	0,689	1,446
13	S 250x125x12x12	B	1060	0	863,3	423,3	440,5	951,7	1,126	0,765	1,309
14	S 250x125x12x12	B	900	0	863,3	432,5	440,5	1286,3	1,093	0,814	1,257
15	S 237x108x6.5x16	B	490	0	827,9	354,6	349,7	3310,1	1,040	0,936	1,043
16	S 239x151x6.8x15	B	740	0	820,9	491,5	493,0	3947,5	1,040	0,925	1,087
17	S 500x125x9x12	F	800	0	265,9	304,7	330,1	3143,0	1,017	0,945	1,067
18	S 500x125x9x12	F	800	0	265,9	306,4	330,1	3143,0	1,017	0,945	1,073
19	S 500x125x9x12	F	800	0	265,9	301,8	330,1	3143,0	1,017	0,945	1,057
20	S 500x125x9x12	F	800	0	265,9	298,4	330,1	3143,0	1,017	0,945	1,045
21	S 500x125x9x12	F	800	0	265,9	305,7	330,1	3143,0	1,017	0,945	1,071
22	S 500x125x9x12	F	600	0	265,9	308,0	330,1	5554,4	1,010	0,983	1,037
23	S 500x125x9x12	F	600	0	265,9	301,8	330,1	5554,4	1,010	0,983	1,016
24	S 500x125x9x12	F	1000	0	265,9	305,7	330,1	2026,7	1,027	0,907	1,116
25	S 375x125x9x12	F	900	0	265,9	220,6	218,5	1870,0	1,035	0,935	1,150
26	S 375x125x9x12	F	900	0	265,9	218,5	218,5	1870,0	1,035	0,935	1,139
27	S 250x125x9x12	F	1000	0	265,9	128,0	125,5	1030,1	1,082	0,932	1,126
28	S 250x125x9x12	F	1000	0	265,9	126,3	125,5	1030,1	1,082	0,932	1,112
29	S 175x125x9x12	F	1200	0	265,9	80,6	78,6	540,7	1,206	0,921	1,110
30	S-250x125x9x12	G	1500	0	296,2	127,4	139,8	491,6	1,176	0,849	1,104

noch Tabelle 4.3: Versuchsdaten und Berechnungsergebnisse; BDK von geschweißten Trägern

Nr.	Profil	Typ	L_{eff} [mm]	Z_g [mm]	$f_{y,gem}$ [N/mm ²]	M_{exp} [kNm]	$M_{pl,R,gem}$ [kNm]	$M_{cr,gem}$ [kNm]	ϵ_{lt} [-]	$\chi_{LT,GM}$ [-]	r_e/r_t [-]
31	S-250x125x9x12	G	1500	0	296,2	123,4	139,8	491,6	1,176	0,849	1,070
32	S-250x125x9x12	G	1500	0	345,4	145,4	163,0	491,6	1,176	0,827	1,109
33	S-250x125x9x12	G	1500	0	345,4	139,5	163,0	491,6	1,176	0,827	1,065
34	S-250x125x9x12	G	2000	0	394,6	151,4	186,2	301,1	1,296	0,722	1,158
35	S-250x125x9x12	G	3000	0	329,9	92,0	155,7	161,0	1,590	0,632	0,963
36	S-250x125x9x12	G	3000	0	386,0	112,9	182,2	161,0	1,590	0,581	1,099
37	S-250x125x9x12	G	4500	0	339,2	86,7	160,1	93,2	2,107	0,466	1,196
38	S-250x125x9x12	G	4500	0	304,7	80,6	143,8	93,2	2,107	0,505	1,143
39	S-200x100x6x9	G	2000	0	317,8	50,7	70,4	96,7	1,361	0,689	1,074
40	S-200x100x6x9	G	3000	0	317,8	38,3	70,4	52,8	1,707	0,533	1,047
41	S-200x100x6x9	G	4000	0	317,8	34,4	70,4	36,1	2,099	0,421	1,193
42	S-250x100x6x8	H	1500	0	336,3	75,4	92,5	165,1	1,134	0,728	1,180
43	S-250x100x6x8	H	1500	0	336,3	68,7	92,7	165,1	1,134	0,728	1,074
44	S-250x100x6x8	H	2000	0	336,3	77,9	92,7	99,4	1,228	0,609	1,455
45	S-250x100x6x8	H	2000	0	336,3	64,8	92,7	99,4	1,228	0,609	1,211
46	S-250x100x6x8	H	2250	0	336,3	62,1	92,7	81,5	1,281	0,556	1,272
47	S-250x100x6x8	H	2250	0	336,3	56,4	92,7	81,5	1,281	0,556	1,156
48	S-250x120x6x8	H	1500	0	336,3	92,2	105,7	275,7	1,089	0,795	1,147
49	S-250x120x6x8	H	1500	0	336,3	78,5	105,7	275,7	1,089	0,795	0,976
50	S-250x120x6x8	H	2000	0	336,3	84,4	105,7	162,8	1,154	0,695	1,201
51	S-250x120x6x8	H	2000	0	336,3	85,9	105,7	162,8	1,154	0,695	1,223
52	S-250x120x6x8	H	2250	0	336,3	91,0	105,7	132,2	1,192	0,646	1,394
53	S-250x120x6x8	H	2250	0	336,3	69,7	105,7	132,2	1,192	0,646	1,067
54	S-300x100x6x8	H	1500	0	336,3	74,4	119,2	194,1	1,101	0,706	0,946
55	S-300x100x6x8	H	1500	0	336,3	90,3	119,2	194,1	1,101	0,706	1,149
56	S-300x100x6x8	H	2000	0	336,3	78,8	119,2	115,1	1,173	0,575	1,230
57	S-300x100x6x8	H	2000	0	336,3	67,5	119,2	115,1	1,173	0,575	1,054
58	S-300x100x6x8	H	2250	0	336,3	73,4	119,2	93,7	1,215	0,518	1,274
59	S-300x100x6x8	H	2250	0	336,3	67,6	119,5	93,7	1,215	0,517	1,173
60	S-250x100x7x10	H	1250	0	769,2	207,5	255,8	294,9	1,136	0,614	1,378
61	S-250x100x7x10	H	1250	0	769,2	204,9	255,8	294,9	1,136	0,614	1,361
62	S-250x100x7x10	H	1500	0	769,2	202,9	255,8	213,2	1,190	0,525	1,577
63	S-250x100x7x10	H	1500	0	769,2	181,9	255,8	213,2	1,190	0,525	1,414
64	S-250x100x7x10	H	1750	0	769,2	188,8	256,5	163,6	1,252	0,449	1,714
65	S-250x100x7x10	H	1750	0	769,2	159,4	256,5	163,6	1,252	0,449	1,447
66	S-250x120x7x10	H	1250	0	769,2	259,7	292,7	493,5	1,091	0,705	1,303
67	S-250x120x7x10	H	1500	0	769,2	239,5	292,7	352,6	1,129	0,624	1,358
68	S-250x120x7x10	H	1750	0	769,2	223,6	292,7	267,4	1,172	0,548	1,442
69	S-300x100x7x10	H	1250	0	769,2	258,2	328,6	347,0	1,101	0,589	1,415
70	S-300x100x7x10	H	1500	0	769,2	219,9	328,6	248,5	1,143	0,494	1,436

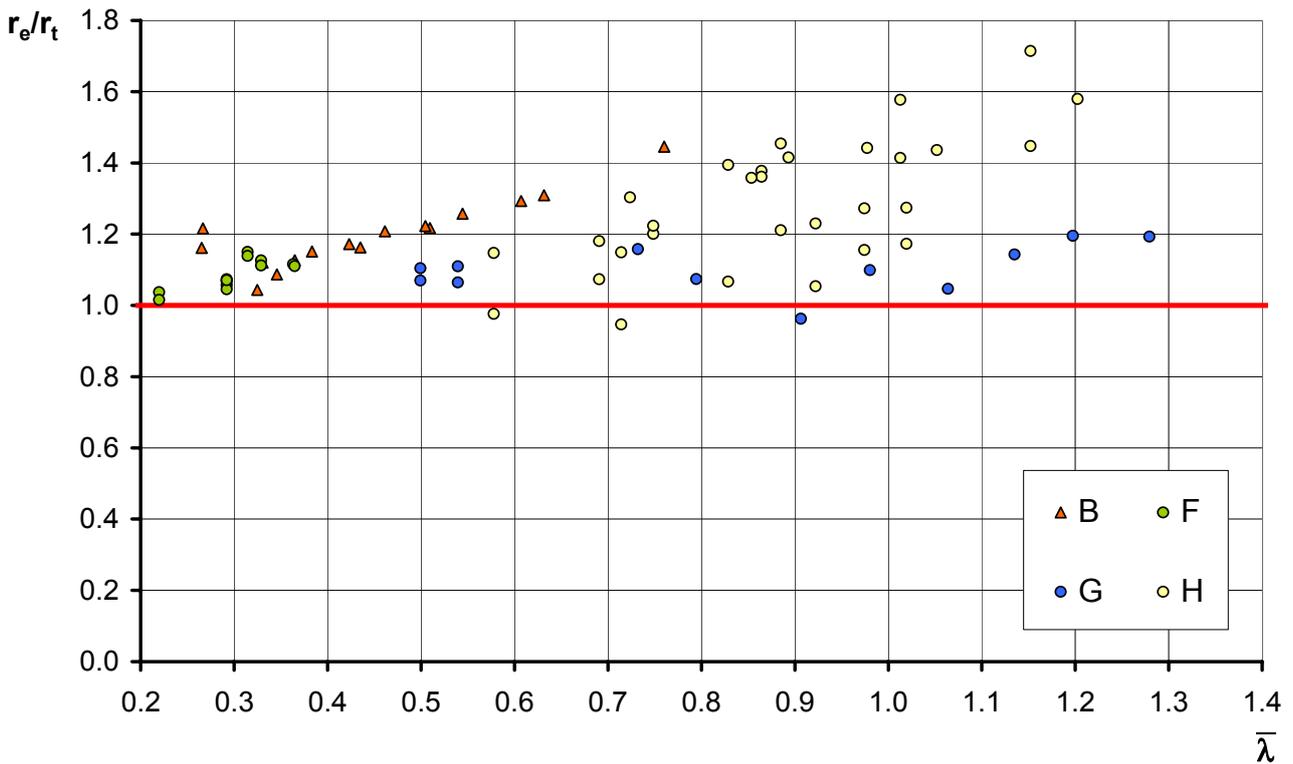


Bild 4.3: Biegedrillknicken von geschweißten Trägern; Versuchsauswertung r_e/r_t

Tabelle 4.4: Sicherheitsuntersuchung für Biegedrillknicken von geschweißten Trägern

Eingangsdaten					
$\nu_{rt} = 0,08$ (Geometrie und Streckgrenze)					
$\nu_{fy} = 0,07$ (Streckgrenze)					
EC3 Background Document 5.03P - Appendix I (N = 71)					
Standardnormalverteilung			log-Normalverteilung		
$\bar{b} = 1.165$		$s_b = 0.104$		$\bar{b} = 1.169$	
$\nu_b = 0.089$ (Modell)		$\nu_R = 0.120$ (gesamt)		$\nu_b = 0.095$ (Modell)	
$\gamma_M = 1.264$		$\Delta k = 0.913$		$\gamma_M^* = 1.154$	
$\gamma_M = 1.189$		$\Delta k = 0.915$		$\gamma_M^* = 1.087$	

4.2 Symmetrische, offene Profile unter Normalkraft, zweiachsiger Biegung und Torsion

4.2.1 Versuchsbeschreibung und -ergebnisse

In diesem Abschnitt sind die Versuchsnachrechnungen an prismatischen Trägern mit symmetrischem Querschnitt unter zweiachsiger Biegung und Torsion, mit und ohne Normalkraft, zusammengefasst. Die Versuche wurden an der TU Berlin und der Ruhr Universität Bochum im Rahmen des FOSTA-Projektes P554 durchgeführt [21].

Im Folgenden sind alle relevanten Versuchsdaten tabellarisch zusammengefasst.

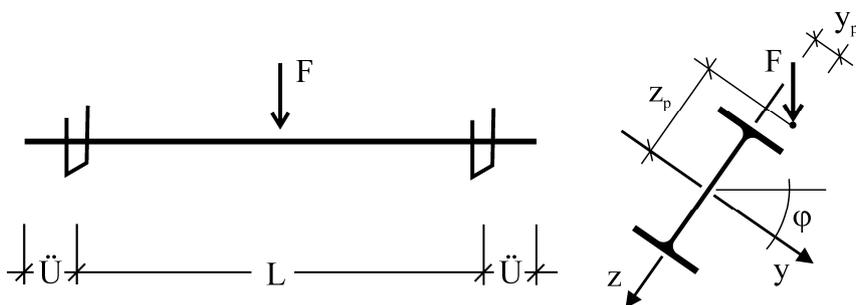


Bild 4.4: Statisches System und Lastangriff der Versuchsreihen 1 und 2 TU-Berlin

Tabelle 4.5: Versuchsparameter der Versuchsreihen 1 und 2 der TU-Berlin

Nr.	Profil	f_y [N/mm ²]	L [m]	Ü [mm]	ϕ [°]	y_p [mm]	z_p [mm]	P_{exp} [kN]
11	IPE 200	380	2,8	50	0	25	-215	38,0
121					20	0	-215	25,8
122					20	-10	-215	26,4
13					-70	165	0	30,5
14			0		25	-215	21,9	
151			4,0		20	0	-215	17,0
152					20	0	215	16,9
16					-70	165	0	20,5
21	0	50		-215	173,5			
221	HEB 200	414	4,0	50	20	0	-215	131,4
222					20	0	-215	133,7
23					-70	215	0	163,4
24					0	50	-215	110,0
251	393	5,6			20	0	-215	91,7
252					20	-50	-215	103,8
26					20	-50	-215	104,2

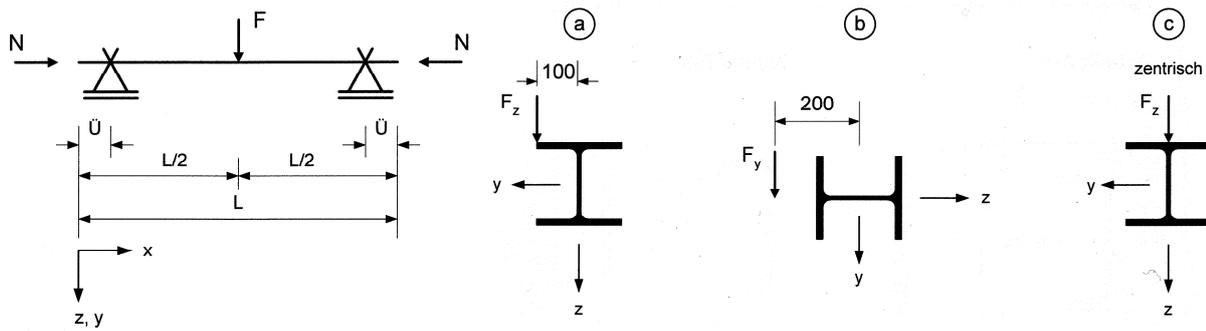


Bild 4.5: Statisches System und Lastangriff der Versuchsreihe II der Ruhr-Universität Bochum

Tabelle 4.6: Versuchsparameter der Versuchsreihe II der Ruhr-Universität Bochum

Nr.	Profil	f_y [N/mm ²]	L [m]	Ü [mm]	Typ	y_F [mm]	z_F [mm]	F_{exp} [kN]	N_{exp} [kN]
II-1	HEB 200	402	5,0	95	a	100	-150	107,19	216,43
II-1a		402						103,72	359,85
II-2		402						95,90	539,87
II-3		378	8,0		b	0	-200	56,07	209,89
II-4		378						38,27	488,58
II-5		402	5,0		c	0	-150	67,92	332,68
II-6		402						49,01	688,32
II-7		402						24,94	335,86
II-8		378	8,0		c	0	-150	36,39	223,75
II-9		402						172,20	632,66
II-9a		402	5,0		c	0	-150	191,87	442,10
II-9b	402	150,20		900,85					
II-10	407	8,0	c	0	-150	84,43	232,28		
II-11	378					61,73	668,73		

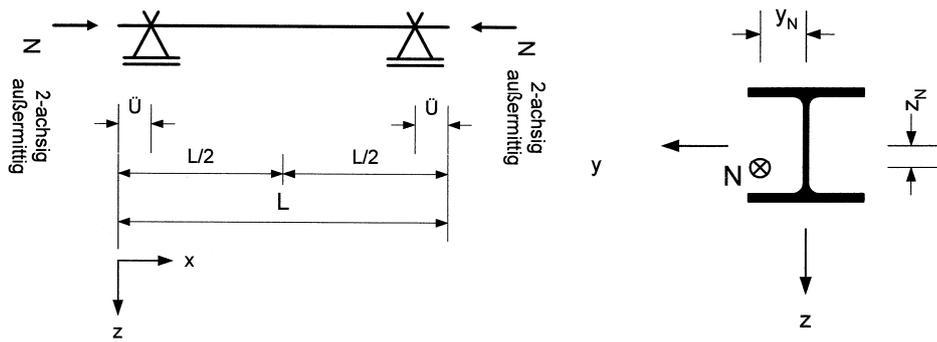


Bild 4.6: Statisches System und Lastangriff der Versuchsreihe III der Ruhr-Universität Bochum

Tabelle 4.7: Versuchsparameter der Versuchsreihe III der Ruhr-Universität Bochum

Nr.	Profil	f_y [N/mm ²]	L [m]	Ü [mm]	y_N [mm]	z_N [mm]	N_{exp} [kN]	M_{exp} [kNm]
III-1	HEB 200	407	3,0	50	26	-34	1453,2	49,41
III-2		407			14	-29	1705,2	49,45
III-1a		407			12	-26	1832,6	47,65
III-2a		378			5	-40	1799,8	71,99
III-3		414	5,0		15	-80	966	77,28
III-4		414			40	-80	749,4	59,95
III-5		385	8,0		5	-40	613,6	24,54
III-6		385			5	-80	669,0	53,52

4.2.2 Berechnungsergebnisse

Die nachstehenden Versuchsauswertungen dienen der Verlässlichkeitsuntersuchung der Gleichungen (3.50), (3.51) und (3.52) sowie der „Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve“. Die Ergebnisse der wesentlichen Zwischenschritte wurden in Tabelle 4.8 zusammengefasst.

Bild 4.7 zeigt eine Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse mit den rechnerischen Ergebnissen bei Verwendung des Verfahrens mit einheitlicher Grundlage gemäß Tabelle 3.2 für die Versuchsreihen an prismatischen Trägern mit symmetrischem Querschnitt unter Normalkraft, zweiachsiger Biegung und Torsion. Tabelle 4.9 zeigt die statistische Auswertung der Ergebnisse nach EN 1990 Anhang D.

Tabelle 4.8: Berechnungsergebnisse für $B_{Rk} = B_{pl,Rk}$ und Vergleich mit Versuchsergebnissen

Nr.	$\alpha_{ult,k}$	α_{crit}	α^*_{crit}	α^*	χ	$\frac{1}{\chi \cdot \alpha_{ult,k}}$	β_{Mz}	β_B	Δn_E	Δn_R	$r_e/r_t = \frac{\Delta n_E}{\Delta n_R}$
11	3,15	1,46	0,65	0,15	0,40	0,79	0,00	0,16	0,94	0,94	1,002
121	4,94	2,29	1,01	0,15	0,40	0,50	0,33	0,35	1,18	0,91	1,297
122	4,83	2,23	0,99	0,15	0,40	0,51	0,34	0,31	1,16	0,91	1,276
13	11,48	10,92	1,16	0,04	0,82	0,11	1,16	0,36	1,63	0,93	1,748
14	3,83	1,27	0,39	0,10	0,31	0,84	0,00	0,08	0,92	0,96	0,958
151	5,25	1,75	0,53	0,10	0,31	0,62	0,31	0,21	1,13	0,93	1,210
152	5,28	1,76	0,53	0,10	0,31	0,61	0,30	0,20	1,12	0,93	1,203
16	11,96	7,15	1,20	0,06	0,55	0,15	1,11	0,24	1,50	0,93	1,605
21	1,53	1,68	0,64	0,19	0,71	0,92	0,00	0,25	1,16	0,96	1,204
221	2,16	2,36	0,90	0,19	0,71	0,65	0,33	0,30	1,27	0,89	1,424
222	2,12	2,32	0,89	0,19	0,71	0,66	0,33	0,30	1,30	0,90	1,446
23	4,76	10,40	1,99	0,09	0,93	0,23	1,19	0,43	1,84	0,93	1,981
24	1,64	1,42	0,37	0,13	0,67	0,91	0,00	0,14	1,05	0,96	1,098
251	2,09	1,81	0,47	0,13	0,67	0,71	0,33	0,19	1,23	0,89	1,381
252	1,85	1,60	0,42	0,13	0,67	0,81	0,36	0,08	1,25	0,92	1,357
26	1,84	1,59	0,41	0,13	0,67	0,81	0,37	0,08	1,25	0,92	1,360
II-1	1,82	1,87	0,63	0,16	0,71	0,78	0,00	0,31	1,09	0,92	1,191
II-1a	1,76	1,77	0,61	0,17	0,70	0,82	0,00	0,30	1,11	0,93	1,201
II-2	1,65	1,68	0,60	0,18	0,70	0,87	0,00	0,27	1,14	0,95	1,206
II-3	1,88	1,33	0,29	0,11	0,60	0,89	0,00	0,13	1,02	0,95	1,069
II-4	1,95	1,12	0,34	0,15	0,49	1,06	0,00	0,07	1,13	1,00	1,128
II-5	9,44	5,39	5,39	0,49	0,38	0,28	0,64	0,48	1,40	0,95	1,475
II-6	4,56	2,61	2,61	0,49	0,38	0,58	0,44	0,31	1,34	0,94	1,422
II-7	9,46	2,03	2,03	0,49	0,17	0,62	0,35	0,13	1,11	0,97	1,142
II-8	13,19	3,04	3,04	0,49	0,18	0,41	0,58	0,24	1,23	0,96	1,277
II-9	1,01	1,05	0,36	0,17	0,71	1,40	0,00	0,00	1,40	1,00	1,399
II-9a	1,01	1,03	0,35	0,17	0,70	1,41	0,00	0,00	1,41	1,00	1,410
II-9b	0,99	1,05	0,38	0,18	0,71	1,43	0,00	0,00	1,43	1,00	1,428
II-10	1,38	0,94	0,20	0,10	0,58	1,24	0,00	0,00	1,24	1,00	1,243
II-11	1,17	0,78	0,22	0,14	0,55	1,56	0,00	0,00	1,56	1,00	1,556
III-1	1,56	2,88	2,19	0,37	0,75	0,86	0,33	0,00	1,19	0,96	1,236
III-2	1,38	2,51	1,93	0,38	0,74	0,98	0,21	0,00	1,19	0,99	1,198
III-1a	1,31	2,36	1,84	0,38	0,74	1,03	0,20	0,00	1,23	1,00	1,227
III-2a	1,10	2,26	1,69	0,37	0,77	1,18	0,09	0,00	1,26	1,00	1,263
III-3	1,62	1,45	0,88	0,30	0,58	1,06	0,14	0,00	1,20	1,00	1,200
III-4	2,15	1,87	1,14	0,30	0,57	0,82	0,27	0,00	1,09	0,94	1,152
III-5	3,00	1,04	0,70	0,33	0,28	1,20	0,03	0,00	1,23	1,00	1,228
III-6	1,94	0,90	0,50	0,27	0,37	1,40	0,04	0,00	1,43	1,00	1,434

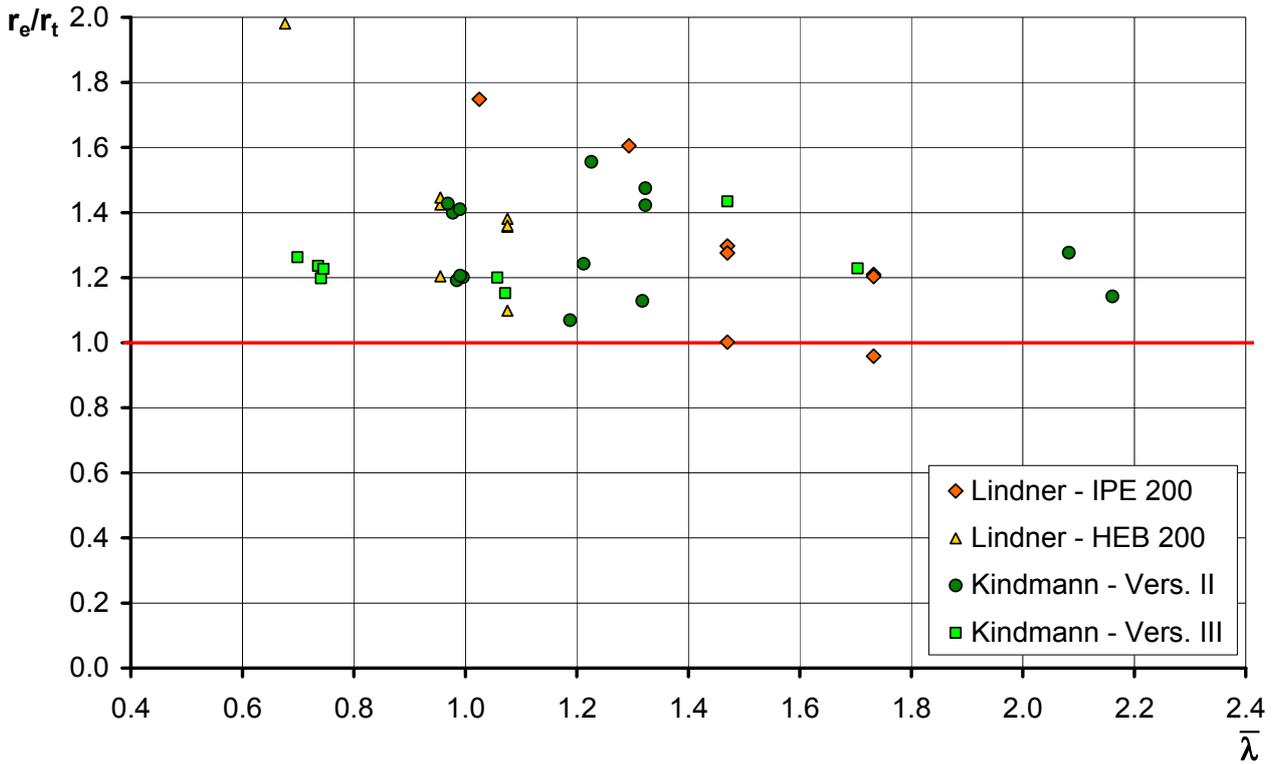


Bild 4.7: Vergleich von Versuchs- und Berechnungsergebnissen für $B_{Rk} = B_{pl,Rk}$

Tabelle 4.9: Determination of the γ_{M}^* -value according to EN 1990 – Annex D

Eingangsdaten					
$v_{rt} = 0,08$ (Geometrie und Streckgrenze)					
$v_{fy} = 0,07$ (Streckgrenze)					
Research Project Fosta P 554 (N = 38)					
Standardnormalverteilung			log-Normalverteilung		
$\bar{b} = 1.288$	$s_{\delta} = 0.168$		$\bar{b} = 1.294$	$s_{\delta} = 0.177$	
$v_{\delta} = 0.130$ (Modell)	$v_R = 0.153$ (gesamt)		$v_{\delta} = 0.137$ (Modell)	$v_R = 0.159$ (gesamt)	
$\gamma_M = 1.400$	$\Delta k = 0.875$	$\gamma_M^* = 1.225$	$\gamma_M = 1.247$	$\Delta k = 0.878$	$\gamma_M^* = 1.095$

4.3 Unsymmetrische, offene Profile unter Normalkraft, zweiachsiger Biegung und Torsion

4.3.1 Versuchsbeschreibung und -ergebnisse

In diesem Abschnitt sind die Versuchsnachrechnungen an prismatischen Trägern mit unsymmetrischem Querschnitt unter zweiachsiger Biegung und Torsion, mit und ohne Normalkraft, zusammengefasst. Die Versuche wurden an der TU Berlin und der Ruhr Universität Bochum im Rahmen des FOSTA-Projektes P554 durchgeführt [21]. Im Folgenden sind alle relevanten Versuchsdaten tabellarisch zusammengefasst.

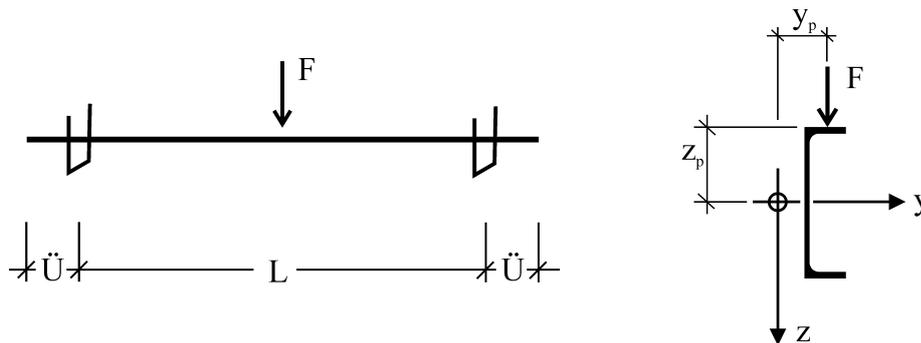


Bild 4.8: Statisches System und Lastangriff der Versuchsreihen 3 TU-Berlin

Tabelle 4.10: Versuchsparameter der Versuchsreihen 3 der TU-Berlin

Nr.	Profil	f_y [N/mm ²]	L [m]	Ü [mm]	φ [°]	y_p [mm]	z_p [mm]	F_{exp} [kN]
31	UPE 200	380	2,8	50	0	-14,4	-21,5	43,0
321					0	25,6	-21,5	51,2
322					0	35,6	-21,5	57,4
33			4,0		0	15,6	-21,5	31,8
341					0	25,6	-21,5	34,5
342					0	-14,4	-21,5	30,4

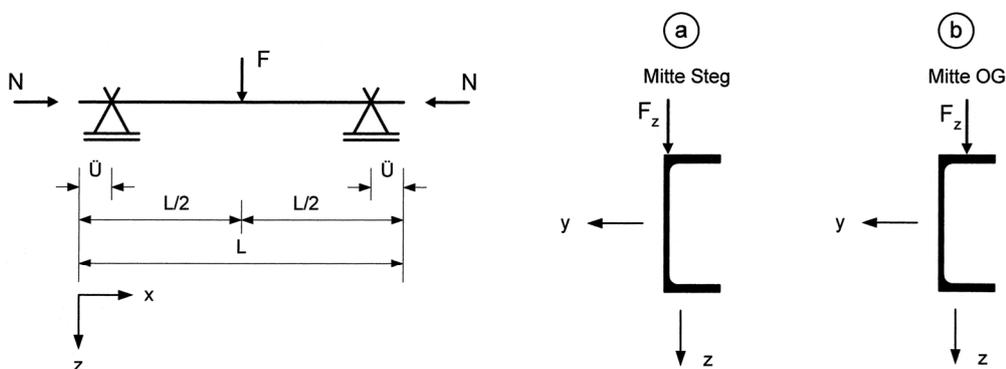


Bild 4.9: Statisches System und Lastangriff der Versuchsreihe I der Ruhr-Universität Bochum

Tabelle 4.11: Versuchsparameter der Versuchsreihe I der Ruhr-Universität Bochum

Nr.	Profil	f_y [N/mm ²]	L [m]	\ddot{U} [mm]	Typ	y_{FM} [mm]	z_{FM} [mm]	F_{exp} [kN]	N_{exp} [kN]
I-1	UPE 200	418	4,0	95	a	22,6	-150	45,91	74,88
I-2		418			b	-14,4	-150	36,76	59,03
I-3		418			a	22,6	-150	29,48	278,37
I-4		418			b	-14,4	-150	24,16	227,93
I-5		418	6,0		a	22,6	-150	22,80	37,01
I-6		418			b	-14,4	-150	21,01	33,86
I-7		418			a	22,6	-150	17,93	80,83
I-8		364			b	14,4	-150	15,95	74,45

Bei diesen Versuchen wurde die Normalkraft N über eine Kalottenlagerung aufgebracht die an einer 20 mm dicken Kopfplatte befestigt wurde. Die durch die angeschweißte Kopfplatte verursachte Wölbbehinderung wurde bei der Nachrechnung berücksichtigt.

4.3.2 Berechnungsergebnisse

Die nachstehenden Versuchsauswertungen dienen der Verlässlichkeitsuntersuchung der Gleichungen (3.50), (3.51) und (3.52) sowie der „Standardisierten Europäischen Biegedrillknickkurve“. Die kritischen Lasterhöhungsfaktoren α_{crit} für die M-N-Interaktion wurden mit der Software LTBeamN [17] ermittelt. Die Ergebnisse der wesentlichen Zwischenschritte wurden in Tabelle 4.12 und Tabelle 4.13 zusammengefasst. Dabei wurden zwei verschiedene Berechnungen durchgeführt:

1. unter Verwendung des elastischen Wölbwiderstands $B_{el,Rk}$ des U-Profiles
2. unter Verwendung des plastischen Wölbwiderstands $B_{pl,Rk}$ des U-Profiles.

Bild 4.10 und Bild 4.11 zeigt eine Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse mit beiden rechnerischen Ergebnissen bei Verwendung des Verfahrens mit einheitlicher Grundlage gemäß Tabelle 3.2 für die Versuchsreihen an prismatischen Trägern mit unsymmetrischem Querschnitt.

Tabelle 4.14 und Tabelle 4.15 zeigt die jeweilige statistische Auswertung der Ergebnisse nach EN 1990 Anhang D.

Tabelle 4.12: Berechnungsergebnisse für $B_{Rk} = B_{el,Rk}$ und Vergleich mit Versuchsergebnissen

Nr.	$\alpha_{ult,k}$	α_{crit}	α^*_{crit}	α^*	χ	$\frac{1}{\chi \cdot \alpha_{ult,k}}$	β_B	Δn_E	Δn_R	r_e/r_t
31	2.925	1.464	0.502	0.168	0.425	0.804	0.576	1.381	0.943	1.464
321	2.456	1.229	0.421	0.168	0.425	0.958	0.264	1.222	0.985	1.240
322	2.191	1.097	0.376	0.168	0.425	1.074	0.180	1.254	1.000	1.254
33	2.769	1.048	0.233	0.109	0.347	1.040	0.169	1.209	1.000	1.209
341	2.552	0.966	0.215	0.109	0.347	1.128	0.124	1.252	1.000	1.252
342	2.896	1.097	0.244	0.109	0.347	0.994	0.300	1.294	0.998	1.296
I-1	2.004	1.066	0.642	0.295	0.406	1.228	0.194	1.422	1.000	1.422
I-2	2.502	1.335	0.802	0.295	0.407	0.982	0.404	1.385	0.994	1.393
I-3	3.119	0.788	0.678	0.421	0.204	1.572	0.082	1.653	1.000	1.653
I-4	3.805	0.963	0.828	0.421	0.204	1.288	0.199	1.485	1.000	1.485
I-5	2.690	0.895	0.391	0.214	0.289	1.288	0.052	1.340	1.000	1.340
I-6	2.919	0.973	0.424	0.214	0.289	1.186	0.126	1.311	1.000	1.311
I-7	3.420	0.877	0.462	0.258	0.223	1.312	0.038	1.350	1.000	1.350
I-8	3.348	0.970	0.517	0.261	0.248	1.204	0.109	1.312	1.000	1.312

Tabelle 4.13: Berechnungsergebnisse für $B_{Rk} = B_{pl,Rk}$ und Vergleich mit Versuchsergebnissen

Nr.	$\alpha_{ult,k}$	α_{crit}	α^*_{crit}	α^*	χ	$\frac{1}{\chi \cdot \alpha_{ult,k}}$	β_B	Δn_E	Δn_R	r_e/r_t
31	2,925	1,464	0,502	0,168	0,425	0,804	0,162	0,966	0,943	1,025
321	2,456	1,229	0,421	0,168	0,425	0,958	0,074	1,032	0,985	1,047
322	2,191	1,097	0,376	0,168	0,425	1,074	0,051	1,124	1,000	1,124
33	2,769	1,048	0,233	0,109	0,347	1,040	0,047	1,087	1,000	1,087
341	2,552	0,966	0,215	0,109	0,347	1,128	0,035	1,163	1,000	1,163
342	2,896	1,097	0,244	0,109	0,347	0,994	0,084	1,078	0,998	1,080
I-1	2,004	1,066	0,642	0,295	0,406	1,228	0,054	1,282	1,000	1,282
I-2	2,502	1,335	0,802	0,295	0,407	0,982	0,113	1,095	0,994	1,101
I-3	3,119	0,788	0,678	0,421	0,204	1,572	0,023	1,594	1,000	1,594
I-4	3,805	0,963	0,828	0,421	0,204	1,288	0,056	1,342	1,000	1,342
I-5	2,690	0,895	0,391	0,214	0,289	1,288	0,015	1,303	1,000	1,303
I-6	2,919	0,973	0,424	0,214	0,289	1,186	0,035	1,221	1,000	1,221
I-7	3,420	0,877	0,462	0,258	0,223	1,312	0,011	1,323	1,000	1,323
I-8	3,348	0,970	0,517	0,261	0,248	1,204	0,031	1,234	1,000	1,234

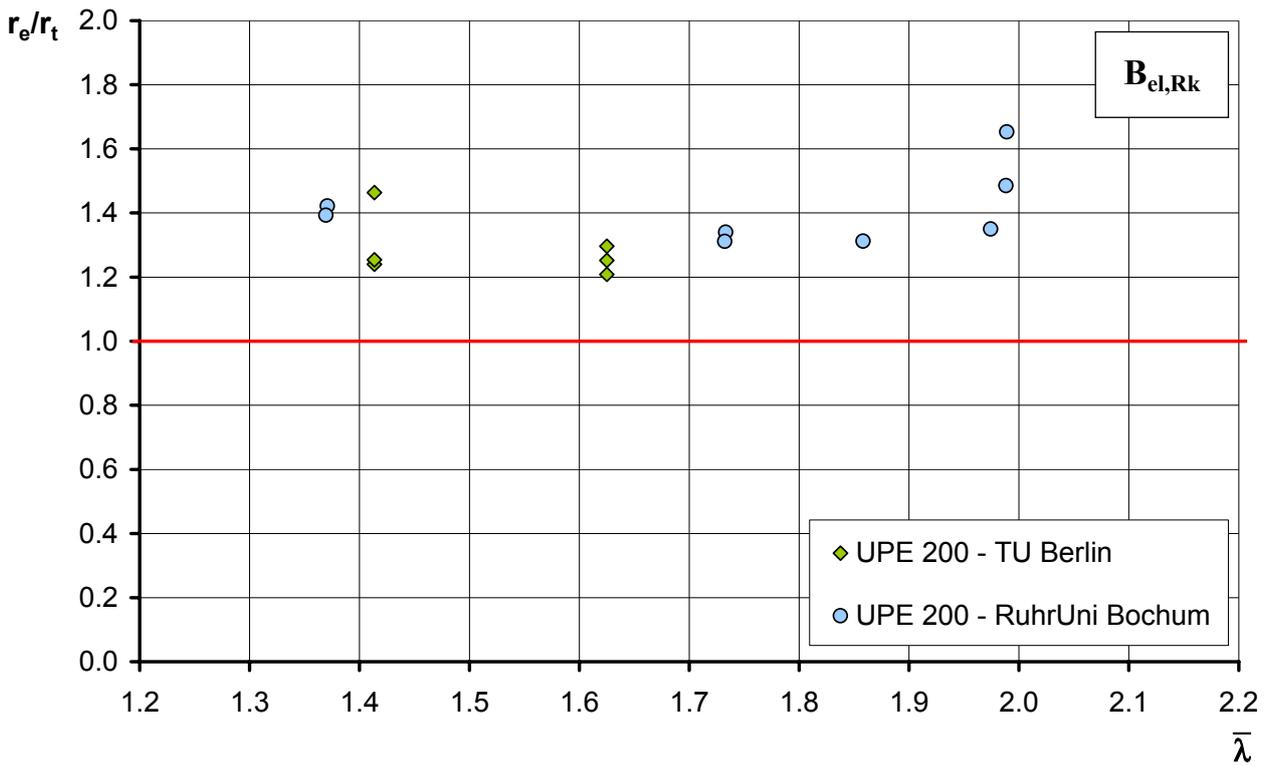


Bild 4.10: Vergleich von Versuchs- und Berechnungsergebnissen für $B_{Rk} = B_{el,Rk}$

Tabelle 4.14: Bestimmung des γ_M^* -Wertes gemäß EN 1990 – Anhang D
($B_{Rk} = B_{el,Rk}$)

Eingangsdaten					
$\nu_{rt} = 0,08$ (Geometrie und Streckgrenze)					
$\nu_{fy} = 0,07$ (Streckgrenze)					
Research Project Fosta P 554 - UPE200 ($T_{el,w,Rk}$) (N = 14)					
Standardnormalverteilung			log-Normalverteilung		
$\bar{b} = 1.479$		$s_\delta = 0.158$		$\bar{b} = 1.482$	
$\nu_\delta = 0.107$ (Modell)		$\nu_R = 0.133$ (gesamt)		$\nu_\delta = 0.104$ (Modell)	
$\gamma_M = 1.353$		$\Delta k = 0.744$		$\gamma_M^* = 1.006$	
$\gamma_M = 1.218$		$\Delta k = 0.739$		$\gamma_M^* = 0.900$	

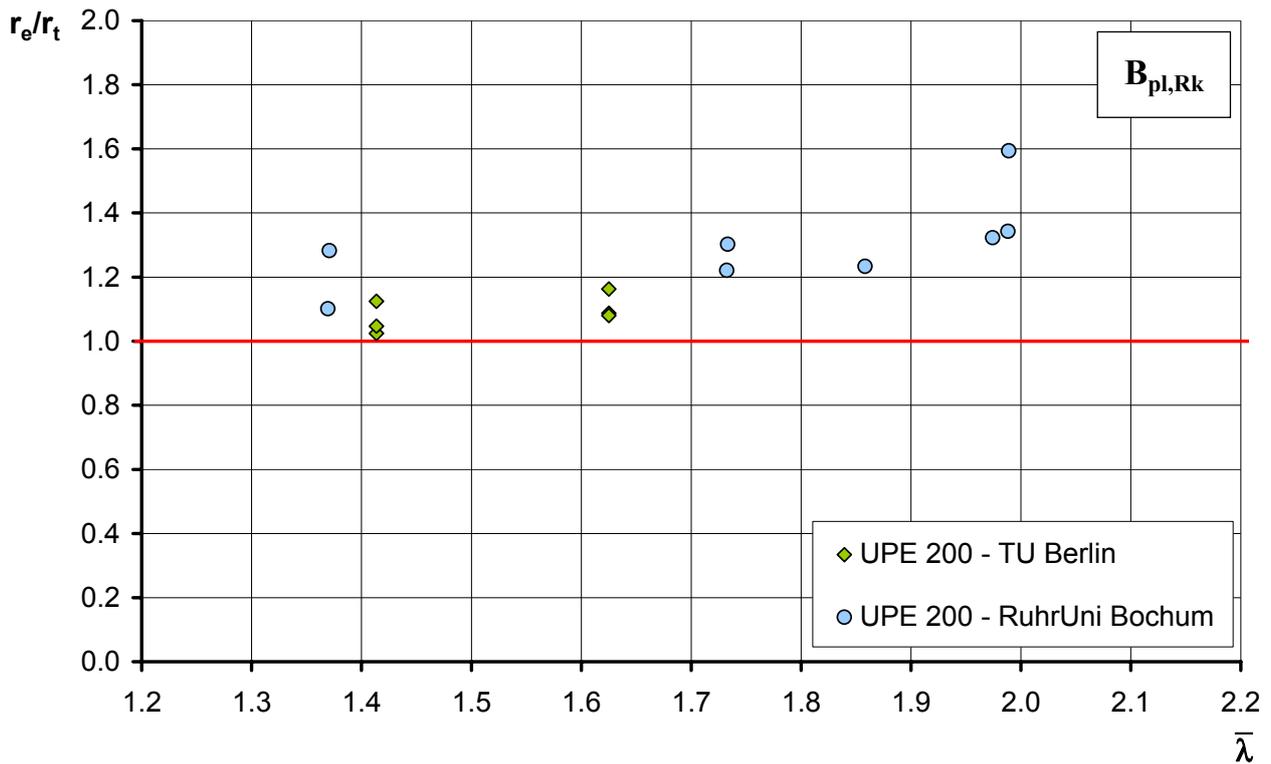


Bild 4.11: Vergleich von Versuchs- und Berechnungsergebnissen für $B_{Rk} = B_{pl,Rk}$

Tabelle 4.15: Bestimmung des γ_M^* -Wertes gemäß EN 1990 – Anhang D
($B_{Rk} = B_{pl,Rk}$)

Research Project Fosta P 554 - UPE200 ($T_{pl,w,Rk}$) (N = 14)					
Standardnormalverteilung			log-Normalverteilung		
$\bar{b} = 1.141$	$s_\delta = 0.080$		$\bar{b} = 1.145$	$s_\delta = 0.085$	
$v_\delta = 0.070$ (Modell)	$v_R = 0.106$ (gesamt)		$v_\delta = 0.074$ (Modell)	$v_R = 0.109$ (gesamt)	
$\gamma_M = 1.244$	$\Delta k = 0.918$	$\gamma_M^* = 1.142$	$\gamma_M = 1.179$	$\Delta k = 0.918$	$\gamma_M^* = 1.083$

4.4 Gevoutete Träger

4.4.1 Versuchsbeschreibung

In diesem Abschnitt sind die Ergebnisse der Versuchsnachrechnungen an gevouteten Trägern zusammengefasst. Die Versuche wurden an der TU Dortmund im Rahmen des FOSTA-Projektes P690 durchgeführt [22], siehe auch [23]. Ziel des Forschungsvorhabens war es, Biegedrillknicken von Hallenrahmen mit aufgevouteten Riegeln im Bereich der Rahmenecken zu untersuchen. Die nachfolgenden Versuchsauswertungen dienen der Verlässlichkeitsuntersuchung der Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve nach EN 1990 - Anhang D.

Bild 4.12 gibt eine Übersicht über die Belastungs- und Lagerungsbedingung der Versuchsträger.

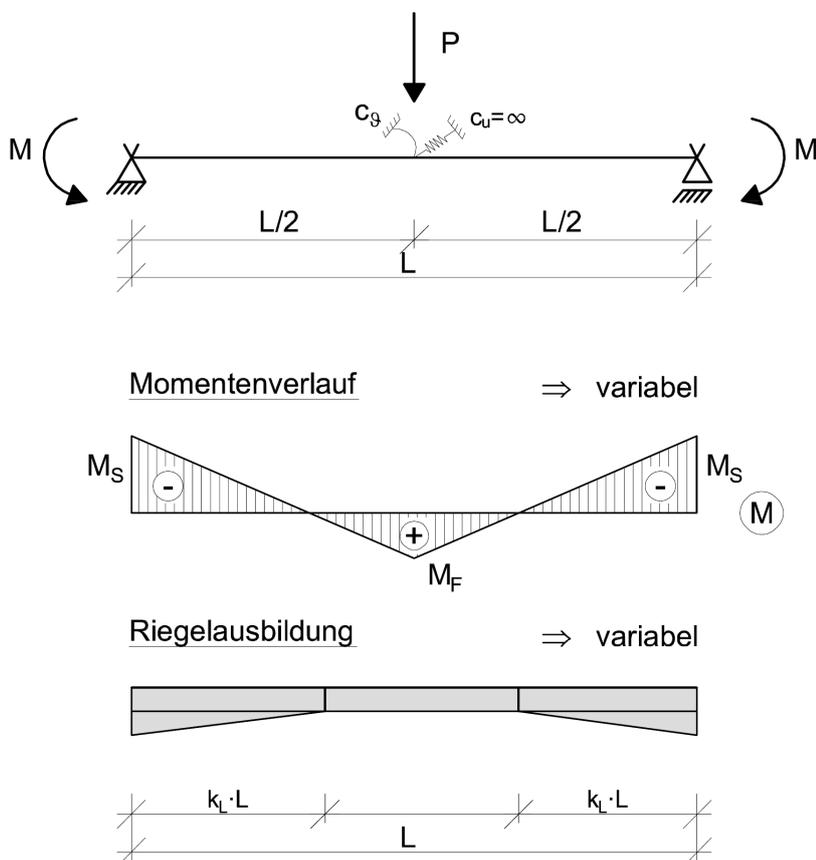


Bild 4.12: Versuchsaufbau und Belastungssituation

Innerhalb der Versuchsreihe wurden die folgenden Parameter variiert:

$$1. \text{ Voutenhöhe} \quad k_V = \frac{\max h}{\min h} \quad \rightarrow \quad k_V = 1,5; 1,77$$

$$2. \text{ Voutenlänge} \quad k_L = \frac{\text{Voutenlänge}}{\text{Gesamtlänge}} \quad \rightarrow \quad k_L = 1/6; 1/3; 1/2$$

3. Momentenverlauf $f_0 = \left| \frac{M_F}{M_S} \right| \rightarrow f_0 = 1/2; 1/3$

Eine vollständige Liste der Querschnitts- und Variationsparameter kann Tabelle 4.16 entnommen werden.

Tabelle 4.16: Variationsparameter aller Versuche

Versuch	Grundprofil [-]	L [mm]	Material [-]	k_L [-]	$b_{f,voute}$ [mm]	$h_{w,voute}$ [mm]	$t_{f,voute}$ [mm]	$t_{w,voute}$ [mm]	L_{LET} [mm]	f_0 [-]
VT1A	IPE 140	8000	S355 $f_y = 400$ N/mm ²	0.16	73	100	8	5	1333	0.50
VT2A				0.32						
VT3A				0.48						
VT4A				0.16	46	65	5	4		
VT5A				0.32						
VT6A				0.48						
VT1B				1500	0.33	0.16	73	100	8	5
VT2B						0.32				
VT3B						0.48				
VT4B						0.16	46	65	5	4
VT5B						0.32				
VT6B						0.48				

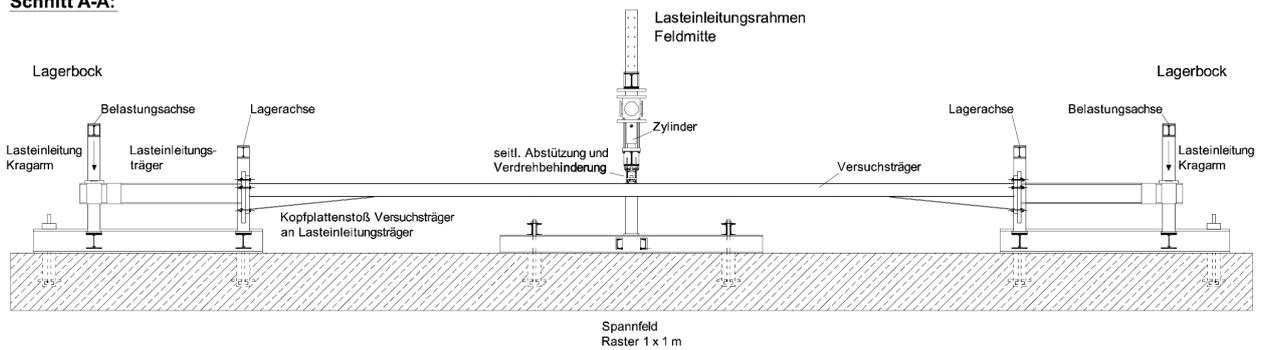
Die Vouten wurden aus Blechen gefertigt und an einen über die gesamte Riegel-länge durchlaufenden Stahlträger mit Walzprofil (IPE 140) geschweißt. Die jewei-ligen Querschnittsabmessungen am Voutenende können Tabelle 4.17 entnommen werden.

Tabelle 4.17: Querschnittsabmessungen am Voutenende für die Versuchsträger VT1 bis VT3 und VT4 bis VT6

VT_1 – VT_3	VT_4 – VT_6

Das gewünschte Momentenverhältnis Feldmomentes M_F / Randmoment M_S wurde durch drei gleich große Einzellasten P und eine Variation der Kragarmlänge L_{LET} gewährleistet, vgl. Bild 4.13. Details der Lasteinleitungskonstruktion in Feldmitte mit elastischer Drehfederbettung c_φ können Bild 4.14 entnommen werden.

Schnitt A-A:



Schnitt B-B:

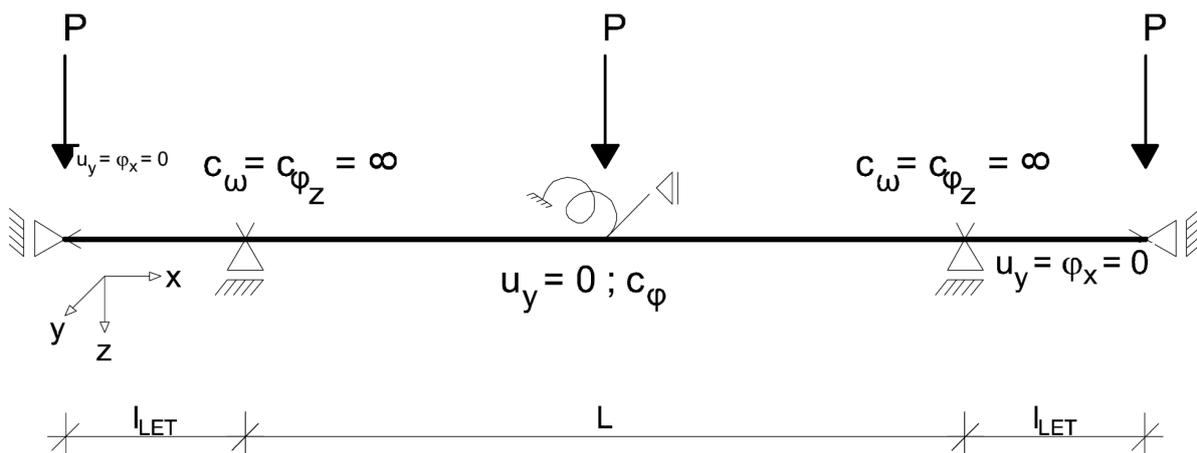
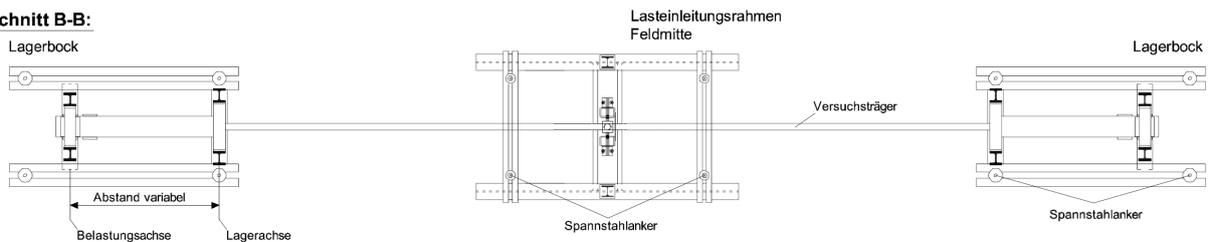


Bild 4.13: Versuchsaufbau, Lastanordnung P und Lagerungsbedingungen [22]

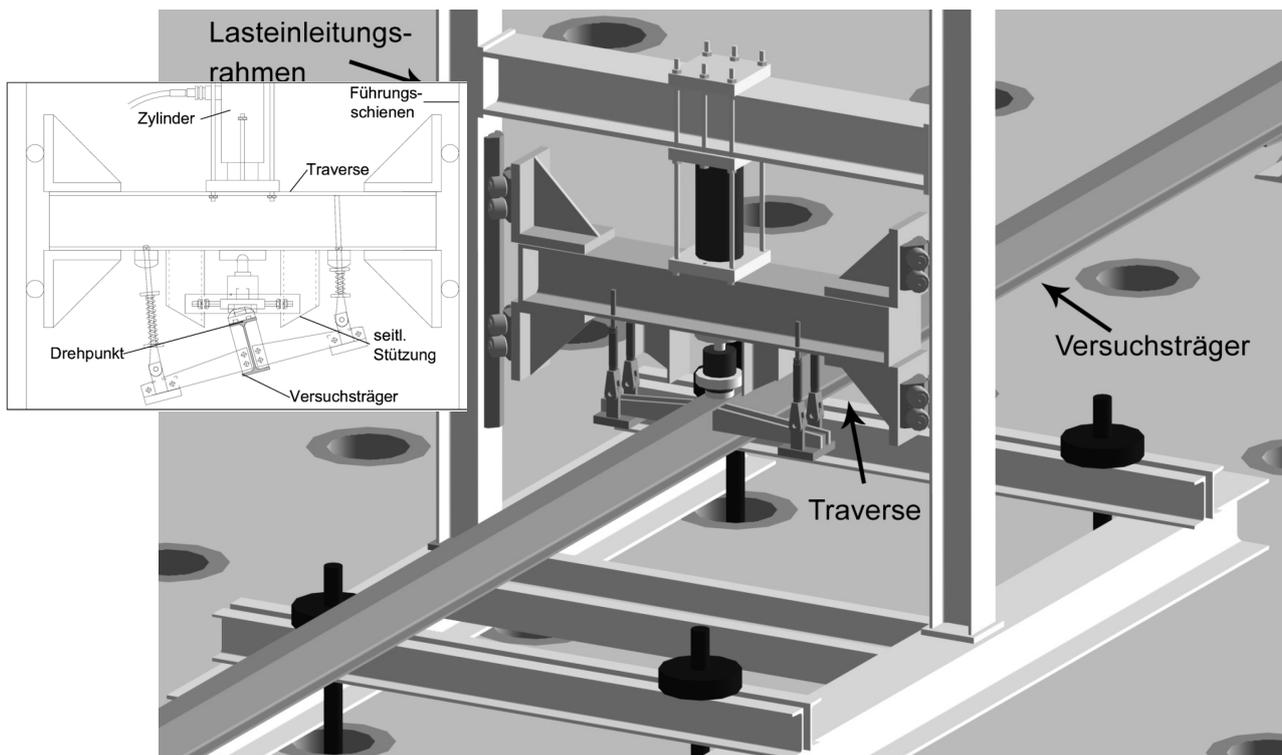


Bild 4.14: Lasteinleitung mit Vorrichtung für c_φ in Feldmitte [22]

4.4.2 Berechnungs- und Versuchsergebnisse

Die in den Versuchen ermittelten Lasten P (vgl. Versuchsaufbau in Bild 4.13) bei Eintreten von elastischem Biegedrillknicken, sind in

Tabelle 4.18 zusammengefasst. Diese Werte wurden für eine Drehfedersteifigkeit von $c_\varphi = 1000 \text{ kNcm/rad}$ ermittelt. Daneben sind jeweils die Ergebnisse der FEM-Eigenwertanalyse P_{crit} und P_{crit}^* , die mit Hilfe der Europäischen Standardisierten Biegedrillknickkurve ermittelten, rechnerischen Traglasten P_{Ed} , sowie das Verhältnis der experimentell zu rechnerisch ermittelten Ergebnisse eingetragen. Letzteres ist noch einmal graphisch in Bild 4.15 dargestellt.

Tabelle 4.18: Zusammenfassung der experimentellen und rechnerischen Ergebnisse

Nr.	P_{exp}	α_{crit}	α^*_{crit}	α^*	x_d / L	f	$\alpha_{ult,k,min}$	$\lambda_{LT,mod}$	$\chi_{LT,mod}$	α_{Ed}	r_e/r_t
VT1A	40,97	1.202	0.727	0.206	0.163	0.958	1.204	1.001	0.681	0.820	1.220
VT2A	49,00	1.215	0.725	0.203	0.000	0.887	1.075	0.941	0.756	0.813	1.230
VT3A	50,67	1.204	0.713	0.201	0.000	0.887	1.040	0.929	0.767	0.798	1.254
VT4A	34,40	1.163	0.625	0.183	0.012	0.988	1.269	1.045	0.655	0.831	1.203
VT5A	37,30	1.051	0.563	0.182	0.014	0.971	1.170	1.055	0.652	0.763	1.310
VT6A	41,87	0.916	0.501	0.186	0.020	0.953	1.043	1.067	0.645	0.673	1.486
VT1B	34,73	1.212	0.763	0.214	0.186	0.870	1.161	0.979	0.722	0.839	1.192
VT2B	38,87	1.366	0.852	0.212	0.012	0.991	1.358	0.997	0.669	0.909	1.100
VT3B	44,43	1.207	0.746	0.210	0.013	0.982	1.188	0.992	0.677	0.804	1.244
VT4B	30,23	1.109	0.617	0.189	0.019	0.988	1.283	1.076	0.628	0.806	1.241
VT5B	35,17	0.932	0.528	0.193	0.019	0.968	1.103	1.088	0.622	0.686	1.457
VT6B	33,97	0.945	0.538	0.194	0.020	0.960	1.142	1.100	0.615	0.702	1.425

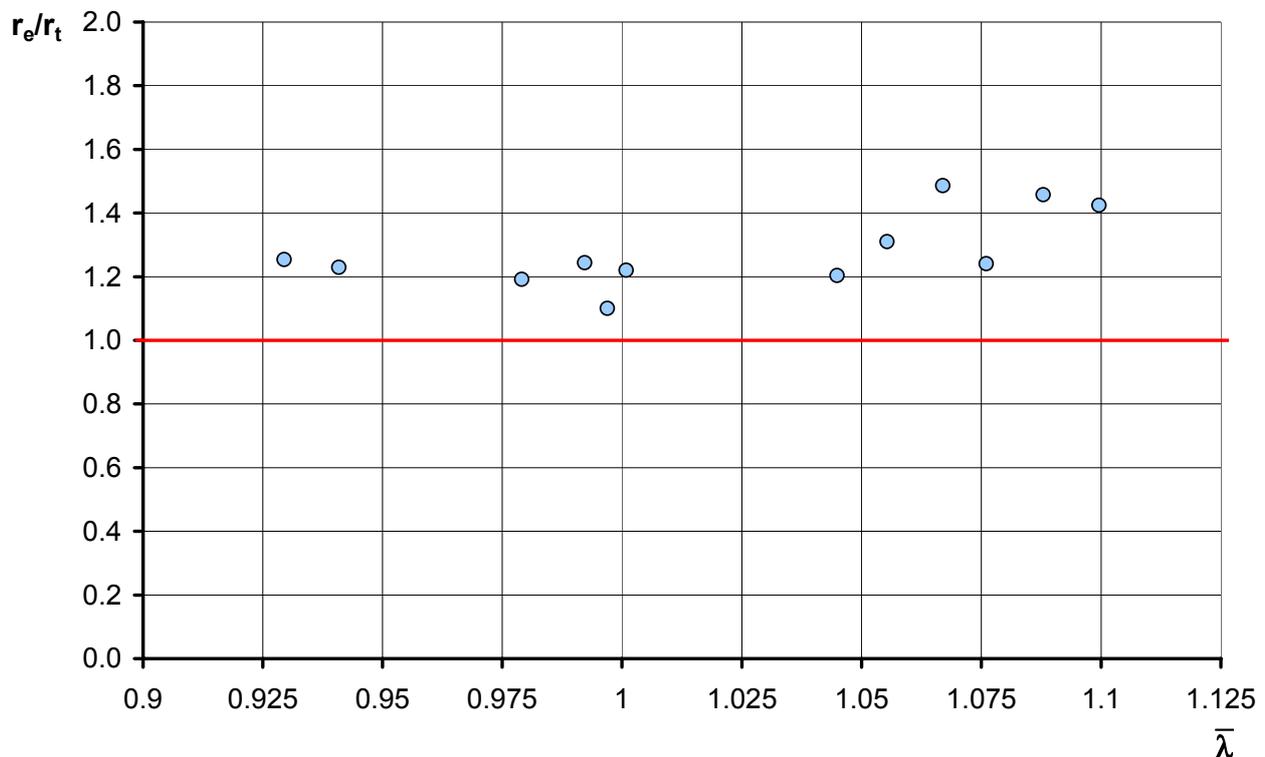
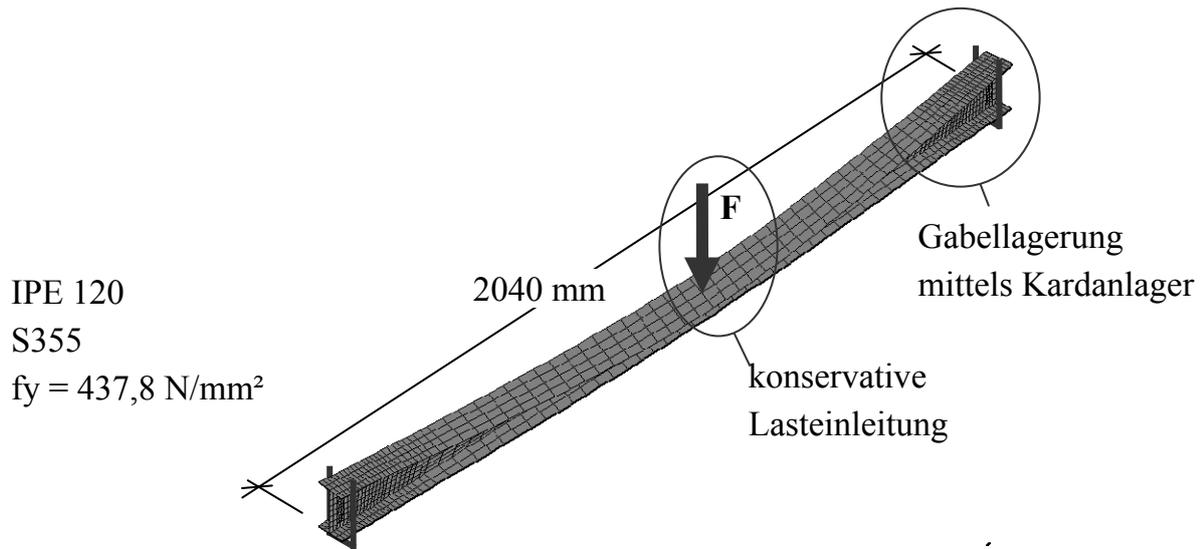


Bild 4.15: Verhältnis der experimentell zu rechnerisch Ermittelten Traglasten

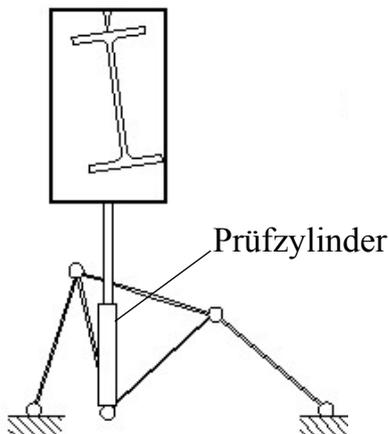
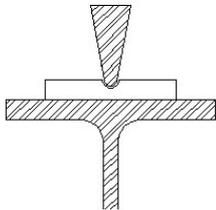
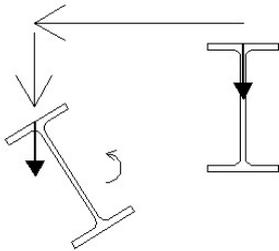
Die statistische Auswertung der Ergebnisse nach EN 1990 – Anhang D ist in Tabelle 4.19 zusammengefasst. Wie auch bereits für andere Stabilitätsphänomene berechnet, liegt der ermittelte Sicherheitsbeiwert γ_M in einer Größenordnung von $\gamma_M \approx 1,00$.

Tabelle 4.19: Statistische Versuchsauswertung gemäß EN 1990 – Annex D

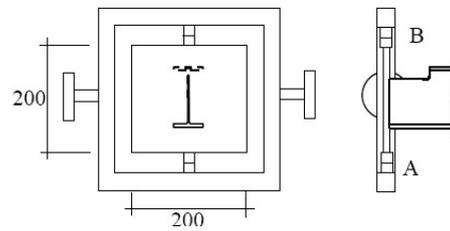
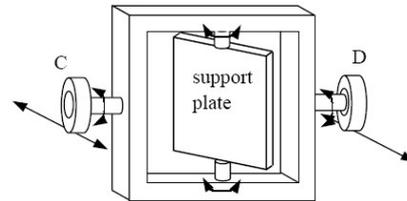
Input values					
$v_{rt} = 0,08$ (geometrie and yield strength)					
$v_{fy} = 0,07$ (yield strength)					
Versuche an gevouteten Trägern (TU Dortmund) (N = 12)					
standard deviation			log-standard deviation		
$\bar{b} = 1.255$		$s_{\delta} = 0.096$		$\bar{b} = 1.260$	
$v_{\delta} = 0.076$ (model)		$v_R = 0.110$ (total)		$v_{\delta} = 0.080$ (model)	
$\gamma_M = 1.259$	$\Delta k = 0.841$	$\gamma_M^* = 1.059$	$\gamma_M = 1.186$	$\Delta k = 0.842$	$\gamma_M^* = 0.998$



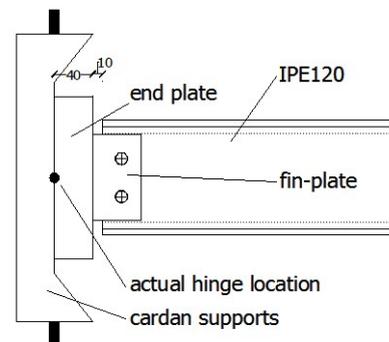
konservative Lasteinleitung



Gabellagerung mittels Kardanlager



Details des Fahnenblechanschlusses



Spannweite 2040 mm

Bild 4.16: Versuchsaufbau der Versuchsreihe: Träger mit Fahnenblechanschlüssen

4.5.2 Berechnungs- und Versuchsergebnisse

Für den Nachweis wurden die folgenden Einwirkungen berücksichtigt

1. Haupttragebene: reine Biegebeanspruchung infolge mittiger Einzellast F_z
2. Nebenebene: Querbimoment B_{Ed} hervorgerufen durch die Exzentrizität e der Lagerung und dem dadurch auf den Träger einwirkenden Torsionsmoment $T_{Ed} = F_{z,Ed} \cdot e$, vgl. Bild 4.17,

so dass das Verfahren auf einheitlicher Grundlage gemäß Tabelle 3.2 mit $x_d = 1,02 m$ angewandt werden kann.

Eine Zusammenfassung der berechneten Traglasten $F_{z,Ed}$ sowie der Vergleiche mit den Versuchsergebnissen $r_e/r_t = F_{z,exp}/F_{z,Ed}$ ist in Tabelle 4.21 zusammengestellt. Bild 4.18 zeigt noch einmal eine graphische Gegenüberstellung der ermittelten r_e/r_t -Verhältnisse.

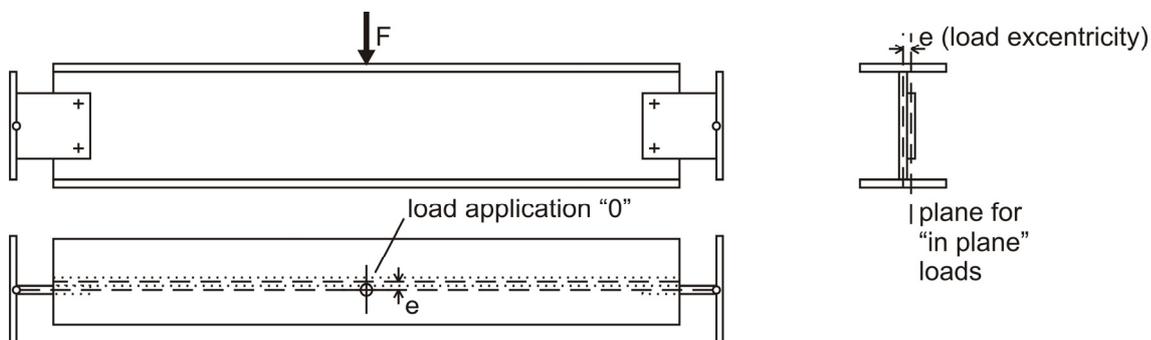


Bild 4.17: Zur Ermittlung der Torsion berücksichtigte Exzentrizität

Tabelle 4.21: Berechnungs- und Versuchsergebnisse

Nr.	P_{exp}	e_y	α_{crit}	α_{crit}^*	$\alpha_{ult,k}$	χ_{LT}	$\frac{1}{\chi \cdot \alpha_{ult,k}}$	β_B	Δn_E	Δn_R	r_e/r_t
a) 90 / 5	29,3	4,7	1,027	0,451	1,779	0,486	1,156	0,034	1,191	1,000	1,191
a) 90 / 8	34,4	6,2	0,922	0,405	1,515	0,507	1,302	0,048	1,350	1,000	1,350
a) 90 / 12	32,2	8,2	1,032	0,453	1,619	0,526	1,174	0,066	1,240	1,000	1,240
b) 75 / 5	27,3	4,7	1,070	0,470	1,910	0,475	1,103	0,033	1,136	1,000	1,136
b) 75 / 8	34,6	6,2	0,894	0,392	1,507	0,497	1,335	0,047	1,383	1,000	1,383
b) 75 / 12	30,8	8,2	1,035	0,455	1,693	0,509	1,160	0,063	1,223	1,000	1,223
c) 75 / 5	-	4,7	-	-	-	-	-	-	-	-	-
c) 75 / 8	25,4	6,2	0,911	0,400	2,052	0,389	1,253	0,035	1,288	1,000	1,288
c) 75 / 12	28,2	8,2	0,858	0,377	1,849	0,405	1,337	0,049	1,386	1,000	1,386
d) 50 / 5	22,6	4,7	0,889	0,390	2,307	0,343	1,264	0,023	1,287	1,000	1,287
d) 50 / 8	25,6	6,2	0,929	0,408	2,036	0,399	1,232	0,036	1,268	1,000	1,268
d) 50 / 12	27,9	8,2	0,934	0,410	1,869	0,431	1,242	0,053	1,294	1,000	1,294

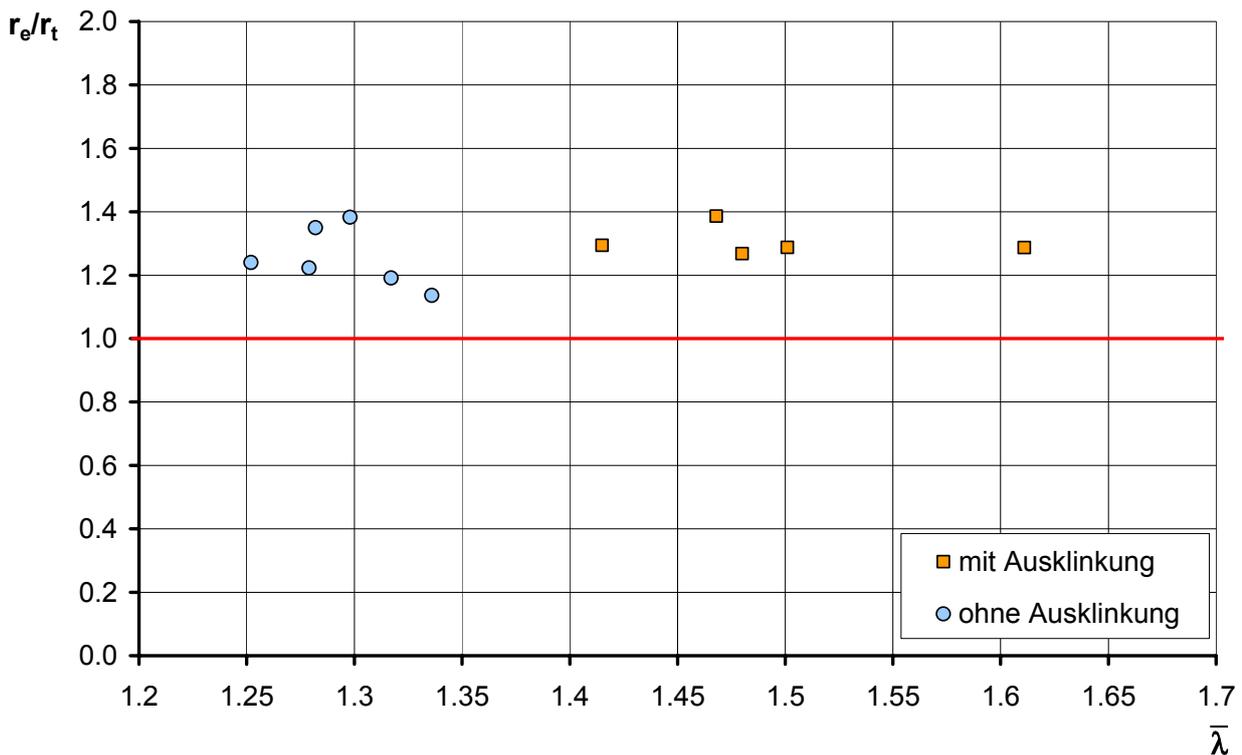


Bild 4.18: Verhältnis der experimentell zu rechnerisch Ermittelten Traglasten

Das „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“ wurde für die vorliegenden Versuchsergebnisse statistisch nach EN 1990 – Annex D ausgewertet. Die Ergebnisse in Tabelle 4.22 geben den für diese Versuchsreihe ermittelten Sicherheitsbeiwert von $\gamma_M = 1,00$ an.

Die Konservativität der Ergebnisse liegt hauptsächlich in der Tatsache begründet, dass die vorliegenden Imperfektionen kleiner waren als die die der „Standardisierten Europäischen Biegedrillknickkurve“ zugrunde liegen, bzw. die Vorverformung sogar entgegen der durch die Lagerung bedingten Exzentrizität verliefen und diese dadurch teilweise ausglich.

Tabelle 4.22: γ_M -Wert Bestimmung für Träger mit Fahnenblechanschlüssen

Input values					
$v_{rt} = 0,08$ (geometrie and yield strength)					
$v_{fy} = 0,07$ (yield strength)					
Tests on coped beams with fin-plates (TU Delft) (N = 11)					
standard deviation			log-standard deviation		
$\bar{b} = 1.315$		$s_\delta = 0.104$	$\bar{b} = 1.317$		$s_\delta = 0.105$
$v_\delta = 0.079$ (model)		$v_R = 0.112$ (total)	$v_\delta = 0.080$ (model)		$v_R = 0.113$ (total)
$\gamma_M = 1.267$	$\Delta k = 0.805$	$\gamma_M^* = 1.020$	$\gamma_M = 1.185$	$\Delta k = 0.804$	$\gamma_M^* = 0.953$

5 Berechnungsbeispiele für ausgewählte Anwendungsfälle

5.1 Kranbahnträger

5.1.1 Statisches System und Last

Das Statische System des Kranbahnträgers kann Bild 5.1 entnommen werden. Es handelt sich um einen Zweifeldträger mit einer Spannweite von $2 \times 6\text{ m}$.

Der Stahlquerschnitt ist ein *HEB 300 S235*, mit einer über Kehlnähte angeschweißten Kranbahnschiene $5\text{ cm} \times 3\text{ cm}$. Die Schiene wird für die Querschnittstragfähigkeit nicht angesetzt.

Die an die Flansche und den Steg angeschweißten Steifen auf Höhe der Auflager und die Verbindung zu den Konsolen der Hallenrahmen erfüllen die Anforderungen an eine Gabellagerung.

Die Lasten resultieren von einem Brückenkrane mit den maximalen Radlasten

$$R = 75\text{ kN}$$

$$H = 22,2\text{ kN}$$

Der Abstand der Räder beträgt $c = 3,6\text{ m}$.

Mit einem Schwingbeiwert von $\varphi_1 = 1,20$ ergeben sich die vertikalen Radlasten zu

$$F_1 = F_2 = F = \varphi_1 \cdot R = 1,2 \cdot 75 = 90\text{ kN}$$

Das Eigengewicht des Kranbahnträgers beträgt

$$g = 1,35\text{ kN/m}$$

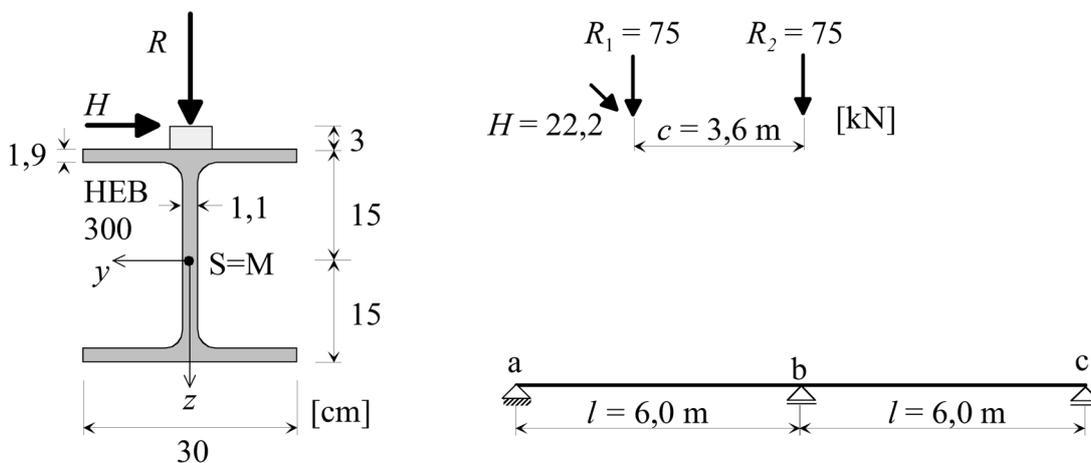


Bild 5.1: Statisches System mit Belastung

5.1.2 Nachweis

5.1.2.1 Maximales Feldmoment

Die Laststellung und die Bemessungslasten für das maximale Feldmoment können Bild 5.2 entnommen werden.

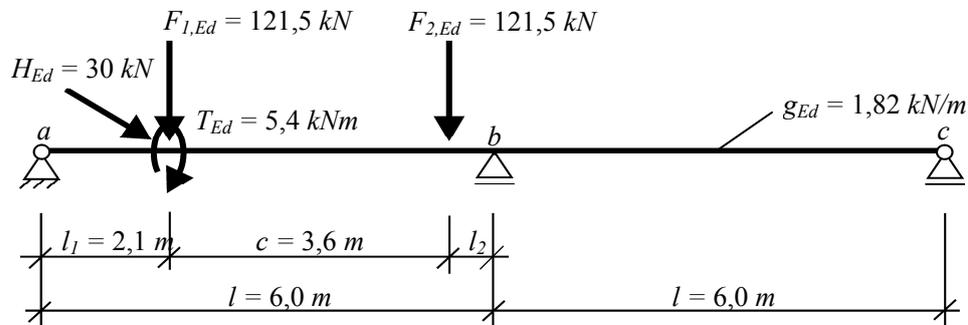


Bild 5.2: Laststellung für maximales Feldmoment

Die Bemessungswerte der Schnittgrößen für die maßgebende Lastkombination sind in Bild 5.3 zusammengefasst.

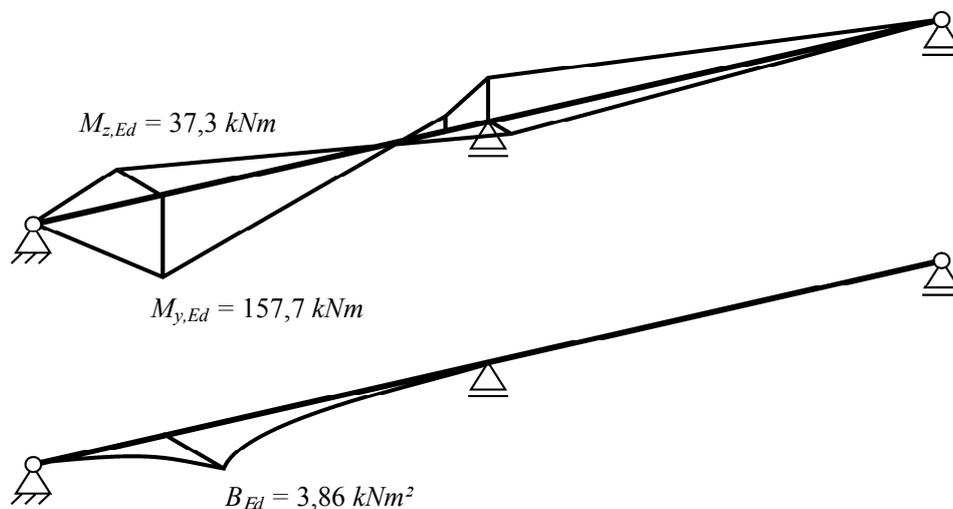


Bild 5.3: Schnittgrößen für Laststellung „maximales Feldmoment“

Die plastischen Querschnittswiderstände sind

$$M_{y,Rk} = 459,8 \text{ kNm}$$

$$M_{z,Rk} = 209 \text{ kNm}$$

$$B_{Rk} = 28,23 \text{ kNm}^2$$

Somit folgt für die Bemessung in der Haupttragebene

$$\alpha_{ult,k} = \frac{M_{y,Rk}}{M_{y,Ed}} = \frac{459,8}{157,7} = 2,916$$

$$\alpha_{crit} = \frac{M_{y,crit,LT}}{M_{y,Ed}} = \frac{1191}{157,7} = 7,552$$

$$\alpha_{crit}^* = 4,216$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{crit}}} = 0,621$$

$$\alpha^* = \alpha \cdot \frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}} = 0,49 \cdot \frac{4,216}{7,552} = 0,274$$

$$\chi = 0,853$$

$$\alpha_{Ed} = \frac{\chi \cdot \alpha_{ult,k}}{\gamma_M} = \frac{0,853 \cdot 2,916}{1,1} = 2,261$$

Die Berücksichtigung der Querlasten (Biegung und Torsion) führt mit $x_d = l_1$ zu

$$q_{Mz} = \frac{1}{\alpha_{crit}} \cdot \left(1 - \frac{M_{z,m}}{M_{z,0}}\right) \cong \frac{1}{7,552} \cdot (1 - 0,81) = 0,025$$

$$q_B = \frac{1}{\alpha_{crit}} \cdot \left(1 - \frac{B_m}{B_0}\right) \cong \frac{1}{7,552} \cdot (1 - 0,648) = 0,047$$

$$\beta_z = \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} \cdot (1 - q_{Mz}) = \frac{37,3}{209} \cdot (1 - 0,025) = 0,170$$

$$\beta_B = \frac{B_{Ed}}{B_{Rd}} \cdot (1 - q_B) = \frac{3,86}{28,23} \cdot (1 - 0,047) = 0,130$$

$$\Delta n_E = \frac{1}{\alpha_{Ed}} + \beta_z + \beta_B = \frac{1}{2,261} + 0,170 + 0,130 = 0,742$$

$$\Delta n_R = 1 - \frac{1}{\chi \cdot \alpha_{ult,k}} \cdot \left(1 - \frac{1}{\chi \cdot \alpha_{ult,k}}\right) \cdot \chi^2 \cdot \bar{\lambda}^2 = 0,933 \leq 1,0$$

und somit zu

$$\Delta n_E < \Delta n_R \rightarrow 0,742 < 0,933$$

Der Ausnutzungsgrad des Kranbahnträgers liegt demzufolge bei

$$\varepsilon = \frac{\Delta n_E}{\Delta n_R} = \frac{0,742}{0,933} = 0,795$$

Eine vereinfachte Bemessung mit $q_B = 0$, $q_{Mz} = 0$ und $\Delta n_R = 0,9$ würde zu folgendem Nachweis führen:

$$\frac{1}{\alpha_{Ed}} + \beta_z + \beta_B = \frac{1}{2,261} + \frac{37,3}{209} + \frac{3,86}{28,23} = 0,757 < 0,9$$

5.1.2.2 Maximales Stützmoment

Die Laststellung und die Bemessungslasten für das maximale Stützmoment können Bild 5.4 entnommen werden.

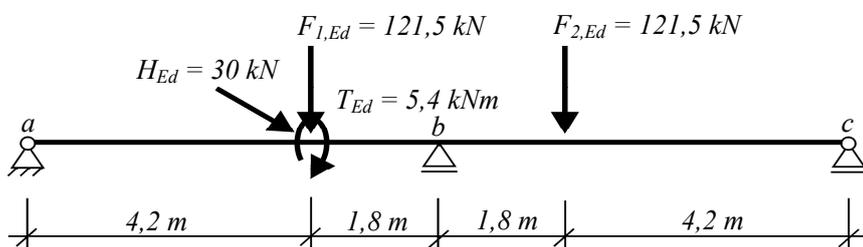


Bild 5.4: Laststellung maximales Stützmoment

Die Bemessungswerte der Schnittgrößen für die maßgebende Lastkombination sind in Bild 5.5 zusammengefasst.

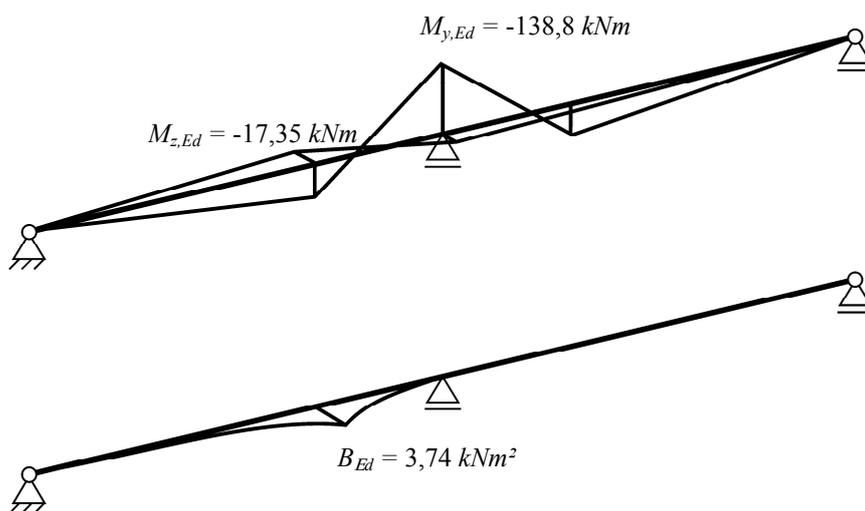


Bild 5.5: Schnittgrößen für Laststellung „maximales Stützmoment“

Offensichtlich ist der Lastfall „maximales Stützmoment“ nicht maßgebend für den Biegedrillknicknachweis.

5.2 Einfeldträger mit unsymmetrischem Querschnitt unter Druck- und Biegebeanspruchung

5.2.1 Statisches System und Last

Gegeben ist ein Einfeldträger mit U-Profil Querschnitt gemäß Bild 5.1, der durch eine im Schwerpunkt angreifende Last N und einer zusätzlichen Belastung F_z in Haupttragrichtung beansprucht wird. Da die Last F_z außerhalb des Schubmittelpunktes in Flanschmitte angreift, ergibt sich, neben den Beanspruchungen N und M_y in der Haupttragebene, eine zusätzliche Längsspannungsbeanspruchung infolge Wölb torsion B_{Ed} .

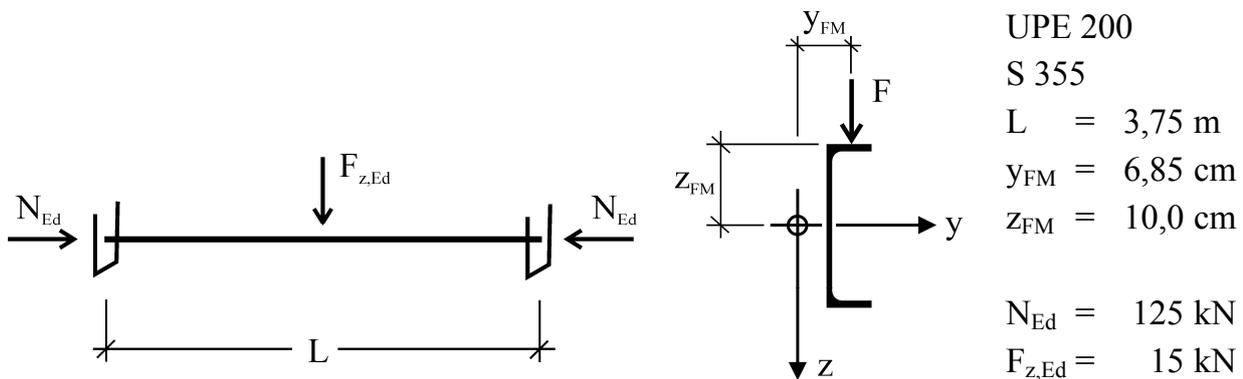


Bild 5.6: Statisches System mit Belastung

5.2.2 Nachweis

Die Schnittgrößen in Feldmitte ergeben sich somit zu

$$N_{Ed} = 125 \text{ kN}$$

$$M_{y,Ed}^II = \frac{F_{z,Ed} \cdot L}{4} \cdot \frac{1 - q_{My}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{15 \cdot 3,75}{4} \cdot \frac{1 - 0,18 \cdot \frac{125}{2814}}{1 - \frac{125}{2814}} = 14,60 \text{ kNm}$$

$$T_{Ed} = 15,0 \cdot 0,0685 = 1,028 \text{ kNm}$$

$$B_{Ed} = 0,291 \text{ kNm}^2$$

Mit den plastischen Querschnittswiderstände

$$N_{pl,Rk} = 1029,5 \text{ kN}$$

$$M_{y,pl,Rk} = 78,1 \text{ kNm}$$

$$B_{pl,Rk} = 3,236 \text{ kNm}^2$$

ergibt sich die Bemessung in der Haupttragebene zu

$$\alpha_{ult,k} = \frac{1}{\frac{125}{1029,5} + \frac{14,60}{78,1}} = \frac{1}{0,121 + 0,187} = 3,244$$

$$\alpha_{crit} = 1,808$$

$$\alpha_{crit}^* = 0,903$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{crit}}} = 1,34$$

$$\alpha^* = \alpha \cdot \frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}} = 0,49 \cdot \frac{0,903}{1,808} = 0,245$$

$$f = 1$$

$$\chi_{LT} = 0,437$$

$$\alpha_{Ed} = \frac{\chi_{LT} \cdot \alpha_{ult,k}}{\gamma_M} = \frac{0,437 \cdot 3,244}{1,1} = 1,289$$

Die Berücksichtigung der Torsion führt zu

$$q_B = \frac{1}{\alpha_{crit}} \cdot \left(1 - \frac{B_m}{B_0}\right) = \frac{1}{1,808} \cdot \left(1 - \frac{0,144}{0,291}\right) = 0,279$$

$$\beta_B = \frac{B_{Ed}}{B_{pl,Rk}/\gamma_{M1}} \cdot (1 - q_B) = \frac{0,291}{3,236/1,1} \cdot (1 - 0,279) = 0,071$$

$$\Delta n_E = \frac{1}{\alpha_{Ed}} + \beta_B = \frac{1}{1,289} + 0,071 = 0,847$$

$$\Delta n_R = 1 - \frac{1}{\chi_{LT} \cdot \alpha_{ult,k}} \cdot \left(1 - \frac{1}{\chi_{LT} \cdot \alpha_{ult,k}}\right) \cdot \chi_{LT}^2 \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 = 0,929 \leq 1,0$$

und somit zu

$$\Delta n_E < \Delta n_R \rightarrow 0,849 < 0,929$$

Der Ausnutzungsgrad des Trägers liegt demzufolge bei

$$\varepsilon = \frac{\Delta n_E}{\Delta n_R} = \frac{0,847}{0,929} = 0,912$$

Eine vereinfachte Bemessung mit $q_B = 0$ und $\Delta n_R = 0,9$ würde zu folgendem Nachweis führen:

$$\frac{1}{\alpha_{Ed}} + \beta_B = \frac{1}{1,289} + \frac{0,291}{3,236/1,1} = 0,875 < 0,9$$

5.3 Stahlrahmen mit außergewöhnlicher Geometrie

5.3.1 Statisches System und Last

Bild 5.7 zeigt das statische System eines Stahlrahmens der Wuppertaler Schwebbahn und gibt Angaben zu den wesentlichen Abmessungen. Aufgrund der gevouteten Stützen und der bogenförmigen Rahmenecken ergeben sich sowohl auf der Einwirkungs- als auch auf der Widerstandsseite nichtlineare Verläufe der relevanten Berechnungsgrößen.

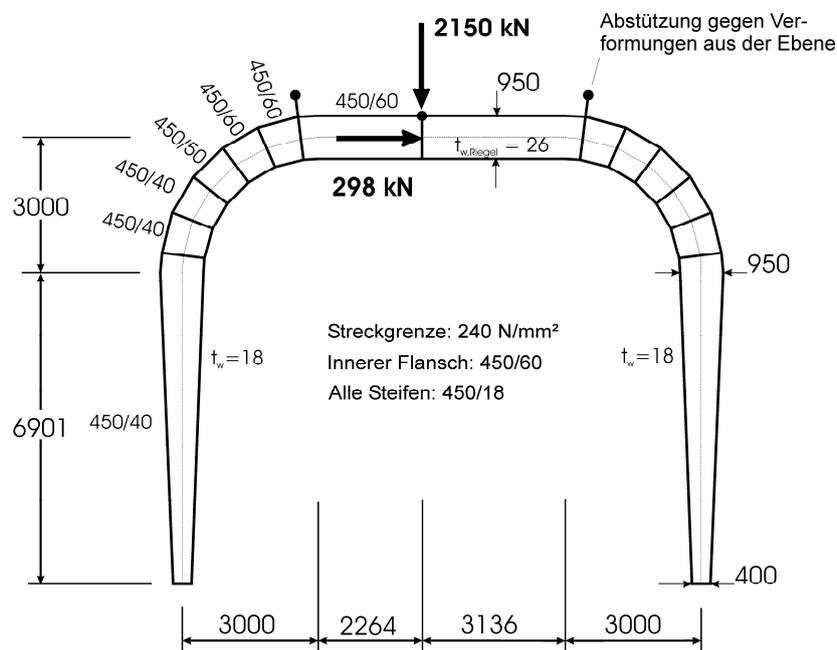


Bild 5.7: Beispiel für den allgemeinen Biegedrillknicknachweis

Durch die außergewöhnlichen Geometrie des Tragwerks gestaltet sich die Ermittlung des kritischen Lasterhöhungsfaktors α_{crit}^* schwierig, so dass ein vereinfachter Nachweis mit $\alpha_{LT} = \alpha = 0,49$ auf der sicheren Seite geführt wird.

5.3.2 Nachweis mit Hilfe des Allgemeinen Verfahrens

Die geometrisch und physikalisch nichtlineare FE-Berechnung [25] führt zu den globalen Lasterhöhungsfaktoren

$$\alpha_{ult,k,GNL} = 2,009 \quad (\text{geometrisch und physikalisch nichtlineare Berechnung})$$

$$\alpha_{crit,GNL} = 4,410 \quad (\text{geometrisch nichtlineare, elastische Eigenwertanalyse})$$

Zum Vergleich würde eine geometrisch lineare und physikalisch nichtlineare FE-Berechnung zu den folgenden globalen Lasterhöhungsfaktoren führen:

$$\alpha_{ult,k,GL} = 2,056 \quad (\text{geometrisch lineare und physikalisch nichtlineare Berechnung})$$

$$\alpha_{crit,GL} = 3,396 \quad (\text{geometrisch lineare, elastische Eigenwertanalyse})$$

Wie zu erkennen, führt eine geometrisch nichtlineare, elastische Eigenwertanalyse für das vorliegende System zu einer höheren ideellen Biegedrillknicklast als die geometrisch lineare Berechnung. Dieses ungewöhnliche Ergebnis ist auf der einen Seite auf Umlagerungseffekte zurückzuführen, die für die GNL-Berechnung zu einer Versteifung des System führen und somit zu einem niedrigeren Lasterhöhungsfaktor α_{cr} und auf der anderen Seite auf die „exakte“ Erfassung der Schubverformungen, die bei der geometrisch nichtlinearen Berechnung durch Berücksichtigung der nichtlinearen Anteile der Last-Verformungs-Beziehung genauer erfasst werden. Letztere haben aufgrund des Kraftflusses in den bogenförmigen Rahmenecken wiederum einen Einfluss auf die exakte Berechnung der resultierenden Normalkräfte.

Bild 5.8 zeigt die sich aus der FE-Berechnung ergebende erste Eigenform des Stützrahmens.

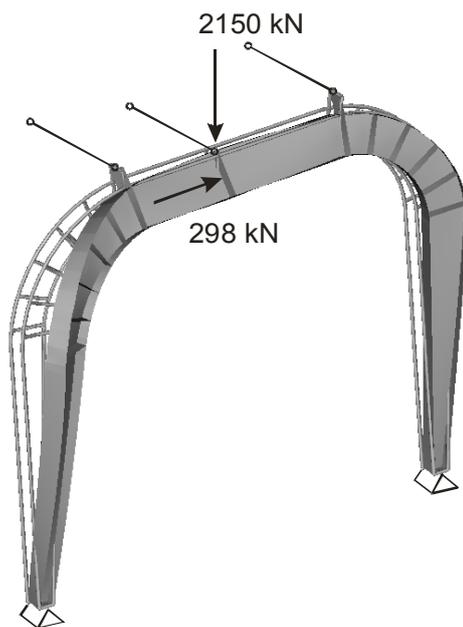


Bild 5.8: Erste Eigenform des Stützrahmens ermittelt mit FEM

Somit folgt für den vereinfachten, geometrisch nichtlinearen Nachweis (GNL)

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{2,009}{4,410}} = 0,675$$

$$\alpha_{LT} = 0,49$$

$$f = 1$$

$$\chi_{LT} = 0,740$$

$$\alpha_{Ed} = \frac{\chi_{LT} \cdot \alpha_{ult,k}}{\gamma_M} = \frac{0,740 \cdot 2,009}{1,1} = 1,352 > 1,0$$

und für die vereinfachte, geometrisch lineare Berechnung (GL)

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{2,056}{3,396}} = 0,778$$

$$\alpha_{LT} = 0,49$$

$$f = 1$$

$$\chi_{LT} = 0,676$$

$$\alpha_{Ed} = \frac{\chi_{LT} \cdot \alpha_{ult,k}}{\gamma_M} = \frac{0,676 \cdot 2,056}{1,1} = 1,264 > 1,0$$

5.3.3 Nachweis mit Hilfe einer GMNIA-FE-Berechnung

Die Lasteinleitungsstelle kann anhand des Krümmungsverlaufes und des Ausnutzungsgrades in der Ebene als maßgebende Nachweisstelle x_d ermittelt werden. Somit folgt für die geometrisch und physikalisch nichtlineare FE-Berechnung mit

$$M_R(x_d) = 7391,8 \text{ kNm}$$

$$N_R(x_d) = 18513,6 \text{ kN}$$

eine Anfangsimperfektion an der Stelle x_d von

$$\eta_{ini,GL} = \frac{7391,8 \cdot 1000}{18513,6} \cdot (0,778 - 0,2) \cdot 0,49 = 113,1 \text{ mm}$$

Unter Verwendung dieser Anfangsimperfektion führt die GMNIA-Berechnung (geometrisch- und physikalisch-nichtlineare FEM-Berechnung mit Anfangsimperfektion) zu einem Versagen des Stahlrahmens, durch Plastizierung des Obergurtes im Bereich der Lasteinleitung, bei Erreichen eines Lasterhöhungsfaktors von

$$\alpha_{Ek,GMNIA}(\eta_{ini,GL}) = 1,537$$

Der Nachweis ergibt sich somit zu

$$\rightarrow \alpha_{Ed,GMNIA}(\eta_{ini,GL}) = \frac{1,537}{1,1} = 1,397 > 1,0$$

6 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

In den Eurocode 3 – „Entwurf und Berechnung von Stahlbauten – Teil 1.1: Grundlagen und Regeln für den Hochbau“ regelt das Biegeknicken und Biegedrillknicken von Bauteilen und Tragwerken, wobei beide Versagensarten als unterschiedliche Stabilitätsphänomene aufgefasst werden, für dessen Berechnung verschiedene Abminderungskurven χ_c und χ_{LT} Verwendung finden. Während die Biegeknickkurve χ_c auf einem mechanischen Hintergrundmodell basiert, dessen Imperfektionsansatz den Anforderungen nach ausreichender Zuverlässigkeit nach EN 1990 – Anhang D entspricht und darum europaweit einheitlich geregelt ist, ist die Biegedrillknickkurve χ_{LT} vielmehr Ergebnis von „Abschätzungen“, die mit FE-Berechnungen ermittelt wurden, und deren Anwendung durch Öffnungsklauseln in den Nationalen Anhängen europaweit unterschiedlich geregelt werden kann. Diese Öffnungsklauseln bieten die Möglichkeit die zunächst nicht geglückte europäische Harmonisierung der Technischen Regelungen während der Entstehungszeit des EN 1993 Teil 1 durch eine spätere, während der Bearbeitung der Nationalen Anhänge erarbeitete Verbesserung doch noch zu erreichen. Die vorliegende Arbeit liefert eine mögliche Lösung für eine solche Harmonisierung.

In Kapitel 2 der Arbeit wurde daher, analog zur Biegeknickkurve χ_c , eine allgemeingültige Knick-Biegedrillknickkurve $\chi_{LT,GM}$ auf Basis eines mechanischen Hintergrundmodells hergeleitet, die für den Sonderfall des Biegeknickens die Ergebnisse der Europäischen Biegeknickkurve χ_c liefert. Hierzu wurde zunächst die Allgemeingültigkeit der Biegeknickkurve für Knickstäbe mit beliebigen Last- und Lagerungsbedingungen nachgewiesen, die dann vorliegt, wenn die Bemessung an der maßgebenden Nachweisstelle x_d erfolgt. Die Überführung in den allgemeinen Fall des Biegedrillknickens mit M - N -Interaktion führt zur „Standardisierten Europäischen Biegedrillknickkurve“ $\chi_{LT,GM}$, die zum einen den Einfluss der Torsionssteifigkeit des Querschnitts auf den Imperfektionsansatz und zum andern die Berücksichtigung der maßgebenden Bemessungsstelle x_d ermöglicht.

In Abschnitt 2.5 wurden die sich aus der Herleitung ergebenden Schlussfolgerungen für die Empfehlungen der national zu bestimmenden Parameter in EN 1993-1-1 zusammengefasst. Ein Leitfaden zur Anwendung des „Verfahrens mit einheitlicher Grundlage“ bei reiner Beanspruchung in der Haupttragebene wurde in Abschnitt 2.6 angegeben.

Die in Abschnitt 2.7 zusammengefasste Spiegelung der Eurocode-Regeln an dem „Verfahren mit einheitlicher Grundlage“ zeigt, dass

1. die bisherigen Biegedrillknickkurven $\chi_{LT,mod}$ in weiten Bereichen eine gute Näherung des genauen Verfahrens mit $\chi_{LT,GM}$ liefern,
2. in allen Fällen in denen das Feldmoment einen Wert größer-gleich dem Randmoment annimmt, im Schlankheitsbereich $\bar{\lambda} = 0,2 \div 0,8$ eine höhere Abminderung zu fordern ist, als dies bei den bisherigen Regelungen der Fall war,
3. in den Fällen in denen das Randmoment größer als das Feldmoment ist, zum Teil eine deutliche Anhebung des Abminderungsbeiwertes χ und somit eine wirtschaftlichere Bemessung möglich ist.

Um das in Kapitel 2 vorgeschlagene „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“ für Biegedrillknicken unter reiner Belastung in der Hauptebene auch für zusätzlicher Querbiegung und Torsion zu erweitern, wurden in Kapitel 3 Ergänzungen des Verfahrens vorgenommen, die eine einfache und transparente Berechnung bei kombinierter N - M_y - M_z - T -Interaktion ermöglichen. Die Gegenüberstellung der sich daraus ergebenden einfachen Nachweisformel mit den bisherigen EC3-Regelungen macht klar, dass

1. bei den bisherigen Interaktionsregeln nach EN 1993-1-1, aufgrund ihrer Komplexität und der fehlenden Transparenz, eine Beurteilung wann eine Abschätzung einzelner Berechnungsparameter auf der sicheren Seite liegt und wann nicht, für den Anwender bedeutend schwerer ist, als beim vorgeschlagene Verfahren „auf einheitlicher Grundlage“, welches eine einfache und sichere hierarchische Gliederung der Vereinfachungsstufen ermöglicht,
2. das „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“ durch die Verwendung einer einzigen Abminderungskurve, innerhalb des Verfahrens und auch in Bezug auf die bisherigen, europaweit einheitlich verwendeten Biegeknick-Regelungen zu konsistenten Ergebnissen führt,
3. der Imperfektionsansatz im Hinblick auf eine hierarchische Gliederung der Stabilitätsregeln nunmehr einheitlich und konsistent geregelt ist,
4. das „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“ eine direkte Übertragung des ermittelten Ausnutzungsgrades auf ein anderes als das berechnete Lastniveau ermöglicht, wohingegen bei Verwendung der bisherigen Regelungen die tatsächliche Grenztraglast nur iterativ bestimmt werden kann,
5. trotz der Ungenauigkeit der bisherigen Verfahren mit β und f modifizierten Knickkurven und den Interaktionsformeln in den Anhängen A und B deren Ergebnisse akzeptable sind,

6. das vorgeschlagene „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“, im Gegensatz zu den bisherigen Interaktionsregelungen in EN 1993-1-1, die Berücksichtigung von zusätzlichen Torsionsbeanspruchungen ermöglicht,
7. die Verwendung der Gleichungen für die „Stabile Länge“ nach Kap. 6.3.5.3 [3] für Werte $\psi < 0,875$ eine konservativen Abschätzung liefert und somit bedenkenlos angewandt werden kann, für Werte $\psi > 0,875$ die Gleichungen hingegen anzupassen sind,
8. die Gleichungen nach Anhang BB.3 keine konservative Abschätzung der „Stabilen Länge“ liefern, sondern vielmehr das Stabilitätsverhalten günstiger beurteilen als dies die übrigen Nachweisverfahren (Methode 1 und 2 aus [3] sowie „Verfahren auf einheitlicher Grundlage“) tun, was in der empirischen Ermittlung dieser Gleichungen liegt, die Teileinspannungseffekte in den Rahmenecken indirekt mitberücksichtigen.

Das vorgeschlagene Verfahren wurde hinsichtlich seiner Zuverlässigkeit anhand von Versuchsauswertungen gemäß den Regelungen in EN 1990 - Anhang D untersucht und das Ergebnis der Auswertung in Kapitel 4 zusammengefasst.

In Kapitel 5 wurde das Vorgehen anhand von einigen ausgewählten Anwendungsfällen veranschaulicht.

Eine Weiterentwicklung des „Verfahrens auf einheitlicher Grundlage“ könnte hinsichtlich der folgenden Punkte geschehen:

1. Für den Fall des Biegedrillknickens mit zusätzlicher Querbiegung und Torsion könnten die Terme β_{M_z} und β_B nach Tabelle 3.2 um einen Faktor zur Berücksichtigung einer nichtlineare M_y - M_z - T -Interaktion erweitert werden, um so bei überwiegender Beanspruchung in Querrichtung noch wirtschaftlichere Ergebnisse zu erzielen.
2. Für eine benutzerorientierte Anwendung des vorgeschlagenen Verfahrens könnten die in Abschnitt 2.5.4 vorgestellten Bemessungshilfen zur direkten Ermittlung der Nachweisstelle x_d für eine kombinierte N - M_y - M_z - T -Beanspruchung in Form von Nomogrammen weiterentwickelt werden. Noch zweckmäßiger wäre hingegen die direkte Implementierung der in Abschnitt 3.4.2 vorgestellten Berechnungsroutine zur Ermittlung der maßgebenden Bemessungsstelle x_d in das zur Ermittlung der Eigenform verwendete Computerprogramm, z.B. [17].

7 Literaturverzeichnis

- [1] McCann, D. M., Exponent Engineering and Scientific Consulting, Wood Dale, IL 60191, USA
- [2] DIN EN 1990: „Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung“ – Deutsche Fassung DIN EN 1990:2002-10, Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH
- [3] DIN EN 1993-1-1: „Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung DIN EN 1993-1-1:2005, Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH
- [4] Schulz, G.: „Die Traglastberechnung von planmäßig mittig belasteten Druckstäben aus Baustahl unter Berücksichtigung von geometrischen und strukturellen Imperfektionen“, Dissertation Technische Hochschule Graz 1968
- [5] Beer, H., Schulz, G., „Die Traglast des planmäßig mittig gedrückten Stabs mit Imperfektion“, VDI-Zeitschrift 111 Seite 1537-1541, Seite 1683-1687 und Seite 1767-1772, 1969,
- [6] ECCS-Publication N°22: “Manual on Stability of Steel Structures“, Second Edition, Europäische Konvention für Stahlbau, 1976
- [7] Maquoi, R., R. Rondal, J.: „Analytische Formulierung der neuen Europäischen Knickspannungskurven“, Acier, Stahl, Steel 1/1978
- [8] Sedlacek, G., Feldmann, M., Naumes, J., Müller, Ch., Kuhlmann, U., Braun, B., Mensinger, M., Ndogmo, J.: „Entwicklung und Aufbereitung wirtschaftlicher Bemessungsregeln für Stahl- und Verbundträger mit schlanken Stegblechen im Hoch- und Brückenbau“, AiF-Schlussbericht zum Forschungsvorhaben AiF 14771, Seite 37-40.
- [9] Müller, Chr.: „Zum Nachweis ebener Tragwerke aus Stahl gegen seitliches Ausweichen“, Diss. RWTH Aachen 2003, Schriftenreihe Stahlbau, Heft 47, Shaker Verlag
- [10] Sedlacek, G., Eisel, H., Hensen, W., Kühn, B., Paschen, M.: “Leitfaden zum DIN-Fachbericht 103, Stahlbrücken“, 2003, Ernst & Sohn Verlag, ISBN-Nr. 3-433-01689-5

- [11] Sedlacek, G., Müller, Chr.: "The European Standard family and its basis", Journal of Constructural Steel Research 62/2006), 1047-1056
- [12] Stangenberg, H.: Zum Bauteilnachweis offener stabilitätsgefährdeter Stahlbauprofile unter Einbeziehung seitlicher Beanspruchungen und Torsion, Diss. RWTH Aachen 2007, Schriftenreihe Stahlbau, Heft 61, Shaker Verlag
- [13] Sedlacek, G., Müller, Chr., Stangenberg, H.: Lateral torsional buckling according to Eurocode 3, René Maquoi 65th birthday anniversary, 2007
- [14] Sedlacek, G., Ungermann, D., Kuck, J., Maquoi, R., Janss, J.: Eurocode 3 – Part 1, Background Documentation Chapter 5 – Document 5.03 (partim): "Evaluation of test results on beams with cross sectional classes 1-3 in order to obtain strength functions and suitable model factors" Eurocode 3 - Editorial Group (1984)
- [15] Stangenberg, H., Sedlacek, G., Müller, Ch.: „Die neuen Biegedrillknicknachweise nach Eurocode 3“, Festschrift 60 Jahre Prof. Kindmann 2007
- [16] Boissonade, N., Greiner, R., Jaspart, J.P., Lindner, J.: "Rules for Member Stability in EN 1993-1-1 – Background documentation and design guidelines", ECCS Publication No. 119, ISBN: 92-9147-000-84
- [17] LTBeamN: Programm zur computergestützten Berechnung von α_{cr} -Werten von Trägern unter M-N-Beanspruchung; entwickelt von CTICM; kostenloser Download voraussichtlich Mitte 2010 unter: <http://www.cticm.eu>
- [18] DIN 18800 Teil 2: „Stahlbau – Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken“, Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH
- [19] Roik, K., Kindmann, R.: „Das Ersatzstabverfahren – Eine Nachweisform für den einfeldrigen Stab bei planmäßig einachsiger Biegung mit Druckstab“, Der Stahlbau 12/1981, S. 353-358
- [20] Naumes, J., Strohmam, I., Ungermann, D., Sedlacek, G.: „Die neuen Stabilitätsnachweise im Stahlbau nach Eurocode 3“, Der Stahlbau 10/2008, S. 748-760, DOI: 10.1002/stab.200810090
- [21] Sedlacek, G., Stangenberg, H., Lindner, J., Glitsch, T., Kindmann, R., Wolf, C.: „Untersuchungen zum Einfluss der Torsionseffekte auf die plastische Querschnittstragfähigkeit und Bauteiltragfähigkeit von Stahlprofilen“,

Forschungsvorhaben P554; Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V., 2004

- [22] Ungermann, D., Strohmann, I.: "Zur Stabilität von biegebeanspruchten I-Trägern mit und ohne Voute - Entwicklung von Bemessungshilfen für den Ersatzstabnachweis". FOSTA-Projekt P690, Lehrstuhl für Stahlbau der TU Dortmund in Zusammenarbeit mit dem Ingenieurbüro PSP in Aachen
- [23] Strohmann, I.: "Zum Biegedrillknicken von biegebeanspruchten I-Trägern mit und ohne Voute", Dissertation, TU Dortmund, in Vorbereitung (Fertigstellung voraussichtlich 2009)
- [24] Bouras, H.: "Lateral-torsional buckling of coped beams with fin-plates as end support connection", MSc thesis, TUDelft, Netherlands, July 2008
- [25] MSC-Software: MARC/Mentat 2007 r1 (64bit)